Dr. Reimund Albers Stochastik (FBW) SoSe 2008

13. Übung, Lösungsskizzen

Grundbegriffe

$\Omega = \{1,2,3,4,5\}$, gegeben $A_1 = \{1,2,3\}$ $A_2 = \{1,2,4,5\}$

~~[illegible]~~ $P(A_1) = 0{,}6$ $P(A_2) = 0{,}6$

Komplemente: $A_3 = \overline{A}_1 = \{4,5\}$ $A_4 = \overline{A}_2 = \{3\}$

$P(A_3) = 0{,}4$ $P(A_4) = 0{,}4$

Vereinigungen: $A_5 = A_3 \cup A_4 = \{3,4,5\}$ $P(A_5) = 0{,}8$

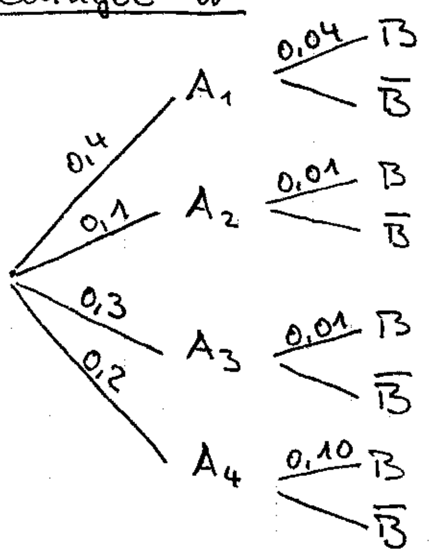
Komplement $A_6 = \overline{A}_5 = \{1,2\}$ $P(A_6) = 0{,}2$

Damit zerfällt Ω in die drei disjunkten Mengen
$A_6 = \{1,2\}$, $A_4 = \{3\}$ und $A_3 = \{4,5\}$ mit den W'
$P(A_6) = 0{,}2$ $P(A_4) = 0{,}4$ $P(A_3) = 0{,}4$

$\mathcal{A} = \{\emptyset, \Omega, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$

$|\mathcal{A}| = 8 = 2^3$ (Im endlichen Fall ist $|\mathcal{A}|$ immer eine Zweierpotenz)

Bedingte W'



a) $P(A_1) = 0{,}4$ $P(A_2) = 0{,}1$
$P(A_3) = 0{,}3$ $P(A_4) = 0{,}2$

$P(B|A_1) = 0{,}04$ $P(B|A_2) = 0{,}01$
$P(B|A_3) = 0{,}01$ $P(B|A_4) = 0{,}10$

b) $P(A_4) = 0{,}2$ wurde berechnet
durch $P(A_4) = 1 - (P(A_1) + P(A_2) + P(A_3))$
da alle W' auf der 1. Stufe 1 ergeben müssen.

c) $P(B) = \sum_{i=1}^{4} P(A_i) \cdot P(B/A_i)$

$= 0{,}4 \cdot 0{,}04 + 0{,}1 \cdot 0{,}01 + 0{,}3 \cdot 0{,}01 + 0{,}2 \cdot 0{,}10$

$= 0{,}040$

Die W' für eine Akte, falsch abgelegt zu werden, ist 4%.

d) Gesucht ist $P(A_4/B)$

$$P(A_4/B) = \frac{P(A_4 \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A_4) \cdot P(B/A_4)}{P(B)}$$

$$= \frac{0{,}2 \cdot 0{,}10}{0{,}04} = \frac{0{,}02}{0{,}04} = 0{,}5$$

Eine falsch abgelegte Akte wurde mit einer W' von 50% von Sekretärin 4 abgelegt.

Zufallsvariable

a) ~~Ba~~ Tupel für die Nicht-/Trefferfolge

$\Omega = \{(T), (N,T), (N,N,T), (N,N,N)\}$

b)

Ergebnis	(T)	(N,T)	(N,N,T)	(N,N,N)
s	120	80	80	B
P(S=s)	0,4	0,24	0,144	0,216

$\underbrace{0{,}24 \quad 0{,}144}_{0{,}384}$

Also zusammengefasst

s	120	80	B
P(S=s)	0,4	0,384	0,216

c) Ansatz: $E(S) = 0 = 120 \cdot 0{,}4 + 80 \cdot 0{,}384 + B \cdot 0{,}216$

$78{,}72 + 0{,}216\,B = 0$

$B \approx -364{,}44$

Der Schütze muss dann 364,44 Euro zahlen.

d) $\mathrm{Var}(S) \approx$

$$E(S) = 0 \Rightarrow \mathrm{Var}(S) = 120^2 \cdot 0{,}4 + 80^2 \cdot 0{,}384 + 364{,}44^2 \cdot 0{,}216$$
$$\approx 36\,906$$

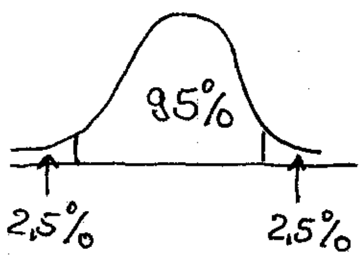
<u>Binomialverteilung</u>

Bernoulli-Kette mit $n = 58 \quad p = 0{,}1$

$\Rightarrow \mu = 5{,}8 \qquad \sigma = \sqrt{58 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9} \approx 2{,}285$

Die „5% Unsicherheit" können auf <u>zwei</u> Arten interpretiert werden

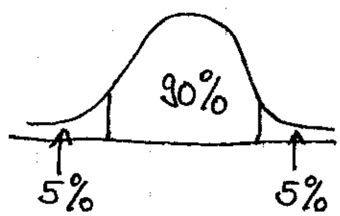
i)



Dann sind die Grenzen des Intervalls $[\mu - 1{,}96\sigma ; \mu + 1{,}96\sigma]$

Hier $[1{,}32 ; 10{,}28]$

ii)



Dann sind die Grenzen des Intervalls $[\mu - 1{,}64\sigma ; \mu + 1{,}64\sigma]$

Hier $[2{,}05 ; 9{,}55]$

Letztere Interpretation ist denkbar, da ja nur ein „zuViel" an falschen Teilen beanstandet wird, nicht ein „zu Wenig".

Bei Interpretation i) sind 10 defekte Teile von 58 noch keine signifikante Abweichung, bei Interpretation ii) schon.

Also trotz Vertrag wieder mal ein Fall für den Richter

Regressionsgerade

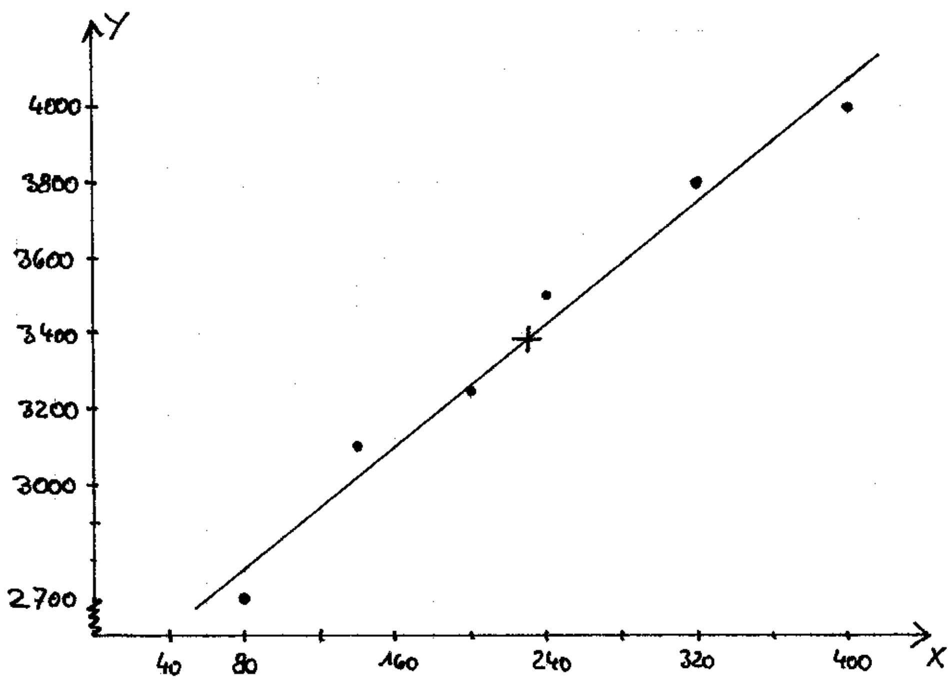
x	80	140	200	240	320	400	$\bar{x} = 230$
y	2700	3100	3250	3500	3800	4000	$\bar{y} \approx 3391{,}7$
x^2	6400	19600	40000	57600	102400	160000	
xy	216000	434000	650000	840000	1216000	1600000	

$\sum x = 1380$ $\quad \sum y = 20350$ $\quad \sum xx = 386000$

$\sum xy = 4956000$

Steigung: $a = \dfrac{4956000 - 6 \cdot 230 \cdot 3391{,}7}{386000 - 6 \cdot 230 \cdot 230} \approx \dfrac{275454}{68600} \approx 4{,}02$

y-Achsenabschn. $b = 3391{,}7 - 4{,}02 \cdot 230 \approx 2468$



Es kann von einem linearen Zusammenhang ausgegangen werden.

c) Rechnung

$y = 4{,}02 \cdot 1500 + 2468 = 8491$

Das wäre ein Milchertrag weit über dem Doppelten der gemessenen Werte. So etwas ist schwer anzunehmen