Dr. Reimund Albers Stochastik (BA FBW) SoSe 09

8. Übung Lösungsskizzen

1. a) $\frac{10!}{3!2!5!} = \frac{10\cdot \cancel{9}\cdot \overset{4}{\cancel{8}}\cdot 7\cdot \cancel{6}\cdot \cancel{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}}{1\cdot \cancel{2}\cdot \cancel{3}\cdot 1\cdot \cancel{2}\cdot \cancel{5!}} = 2520$

   b) $n = 2+1+3+4 = 10$

   Koeff.: $\frac{10!}{2!1!3!4!} = \frac{10\cdot 9\cdot \overset{4}{\cancel{8}}\cdot 7\cdot \cancel{6}\cdot 5\cdot \cancel{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}}{1\cdot \cancel{2}\cdot 1\cdot 1\cdot \cancel{2}\cdot \cancel{3}\quad \cancel{4!}} = 12600$

2. $E(X) = -2\cdot 0{,}3 + 0\cdot 0{,}2 + 1\cdot \frac{1}{4} + 3\cdot\frac{1}{6} + 10\cdot\frac{1}{12} = 0{,}98\overline{3}$

   Berechnung der W' für $X=10$: $1 - 0{,}5 - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$

Hausübungen

3. <u>1 angekr. Zahl</u>: $P(1 \text{ richtig}) = \binom{20}{1} : \binom{80}{1} = \frac{1}{4}$

   $E(\text{Auszahlung}) = 3\cdot\frac{1}{4} = \frac{3}{4} = \boxed{0{,}75}$ (1)

   <u>2 angekr. Zahlen</u> $P(2 \text{ richtig}) = \binom{20}{2} : \binom{80}{2}$

   $= \frac{\overset{1}{\cancel{20}}\cdot 19}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\underset{4}{\cancel{80}}\cdot 79} = \frac{19}{316}$

   $P(1 \text{ richtig}) = \frac{\binom{20}{1}\binom{60}{1}}{\binom{80}{2}} = \frac{\cancel{20}\cdot \overset{30}{\cancel{60}}}{\underset{4}{\cancel{80}}\cdot 79}\cdot \overset{1}{\cancel{2}} = \frac{30}{79}$

   $E(\text{Auszahlung}) = \overset{3}{\cancel{12}}\cdot\frac{19}{\underset{79}{\cancel{316}}} = \frac{57}{79} \approx \boxed{0{,}72}$ (1)

   <u>3 angekr. Zahlen</u>

   $P(2 \text{ richtige}) = \frac{\binom{20}{2}\binom{60}{1}}{\binom{80}{3}} = \frac{\cancel{20}\cdot 19\cdot \overset{15}{\cancel{60}}\cdot 1\cdot \cancel{2}\cdot 3}{\cancel{2}\cdot \underset{4}{\cancel{80}}\cdot 79\cdot 78} = \frac{285}{2054}$

   $P(3 \text{ richtig}) = \frac{\binom{20}{3}}{\binom{80}{3}} = \frac{\cancel{20}\cdot 19\cdot 18}{\underset{4}{\cancel{80}}\cdot 79\cdot 78} = \frac{57}{4108}$

   $E(\text{Auszahlung}) = 1\cdot\frac{285}{2054} + 42\cdot\frac{57}{4108} \approx \boxed{0{,}72}$ (2)

4 angekr. Zahlen

$$P(2\text{ richtig}) = \frac{\binom{20}{2}\binom{60}{2}}{\binom{80}{4}} = \frac{\cancel{20}\cdot 19\cdot 60\cdot 59}{\cancel{2}\cdot\cancel{2}}\cdot\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}{\underset{4}{\cancel{80}}\cdot 79\cdot 78\cdot 77}$$

$$= \frac{16815}{79079}$$

$$P(3\text{ richtig}) = \frac{\binom{20}{3}\cdot\binom{60}{1}}{\binom{80}{4}} = \frac{1140\cdot 60}{1581580} = \frac{3420}{79079}$$

$$P(4\text{ richtig}) = \frac{\cancel{20}\cdot 19\cdot \overset{3}{\cancel{18}}\cdot 17}{\underset{4}{\cancel{80}}\cdot 79\cdot \underset{13}{\cancel{78}}\cdot 77} = \frac{969}{316316}$$

$$E(\text{Auszahlung}) = 1\cdot\frac{16815}{79079} + 3\cdot\frac{3420}{79079} + 115\cdot\frac{969}{316316} \approx \boxed{0{,}69}$$

2

5 angekr. Zahlen

$$P(3\text{ richtig}) = \frac{\binom{20}{3}\binom{60}{2}}{\binom{80}{5}} = \frac{13275}{158158}$$

$$P(4\text{ richtig}) = \frac{\binom{20}{4}\binom{60}{1}}{\binom{80}{5}} = \frac{3825}{316316}$$

$$P(5\text{ richtig}) = \frac{\binom{20}{5}}{\binom{80}{5}} = \frac{51}{79079}$$

$$E(\text{Auszahlung}) \approx \boxed{0{,}68}$$

2

Auf lange Sicht ist es am günstigsten, nur eine Zahl anzukreuzen.

1

4. a) X: Anz. d. Wägungen

X: Anz. d. Wägungen	1	2	3	...	20
W'	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	...	$\frac{1}{20}$

$$E(X) = \frac{21}{2} = 10{,}5$$

1

4 b). Ist das def. Teil in der 1. Gruppe, ~~sind~~ ist 1 Wägung notwendig. Im 2. Schritt ist dann noch 1 bis 5 Wägungen notwendig.

Also

	← 1. Grp →	← 2. Grp →	← 3. Grp →
Anz. d. W.:	2 3 4 5 6	3 4 5 6 7	4 5 6 7 8

← 4. Grp →
5 6 7 8 9

Jede Anzahl von Wägungen ist gleichw.?

$$E(\text{Anz. d. Wäg.}) = \frac{1}{20}(2+3+4+5+6+3+4+\dots+8+9)$$

$$= \frac{1}{20}(20+25+30+35) = \frac{110}{20} = 5{,}5$$

2

c) Die 2. Strategie ist günstiger, da sie nur einen Erwartungswert von 5,5 für die Anzahl der Wägungen hat.

1

5. Übersichtstabelle für die Auszahlung

	1	2	3	4	5	6	Spaltensumme
1	2	3	-4	5	6	7	19
2	3	4	-5	6	7	8	23
3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-39
4	5	6	-7	8	9	10	31
5	6	7	-8	9	10	11	35
6	7	8	-9	10	11	12	39
							108

Der Erwartungsw. für die Auszahlung ist $\frac{108}{36} = 3$

Das Spiel ist auf lange Sicht ausgeglichen.

2

6 i) falsch, es ist umgekehrt:

Ein Ereignis ist eine Menge von Ergebnissen

ii) richtig

iii) falsch   iv) ist richtig

v) Unsinn, denn $P(\Omega) = 1$ gilt <u>immer</u>

vi) Ebenfalls kompletter Unsinn, da die W' für <u>jedes</u> Ereignis stets zwischen 0 und 1 ist.

je 0,5

3	4	5	6	Σ
9	4	2	3	18