Dr. Reimund Albers   Stochastik (BA FBW)   SoSe 08

8. Übung   Lösungsskizzen

1\. c) $\frac{\overset{11}{\overset{\cancel{33}}{\cancel{165}}} \cdot \overset{41}{\cancel{164}} \cdot 163 \cdot \overset{27}{\cancel{162}} \cdot \overset{23}{\cancel{161}} \cdot \overset{20}{\cancel{160}} \cdot 159 \cdot \overset{79}{\cancel{158}}}{1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{8}} = 11.468.588.169.060$

$\approx 1,14686 \cdot 10^{13}$

d) $\binom{9}{3} \cdot 0{,}2^3 \cdot 0{,}8^6 + \binom{9}{4} \cdot 0{,}2^4 \cdot 0{,}8^5 + \binom{9}{5} \cdot 0{,}2^5 \cdot 0{,}8^4$

$= 84 \cdot 0{,}008 \cdot 0{,}262144 + 126 \cdot 0{,}0016 \cdot 0{,}32768$

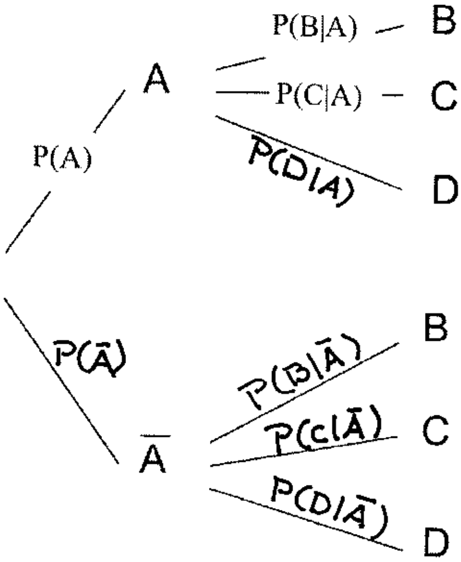
$+ 126 \cdot 0{,}00032 \cdot 0{,}4096$

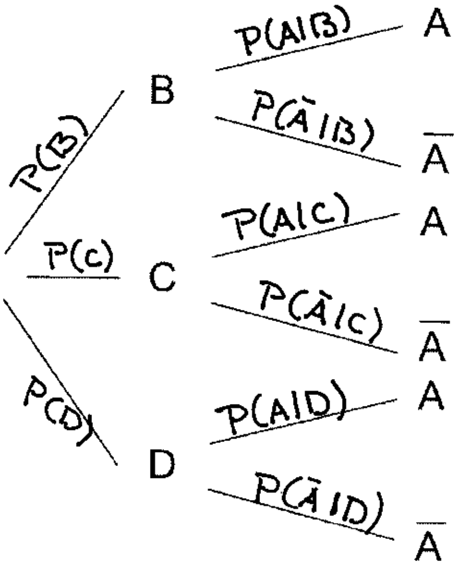
$\approx 0{,}2587$

HAUSÜBUNGEN

2 a)

c)





①

a. Beschriften Sie das linke Baumdiagramm vollständig auf die angefangene Weise.

b) $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$ ①

d) $P(A) \cdot P(B|A) = P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B)$

$\Rightarrow \quad P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$

$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}$ ①

3. Umrechnung: $80\% = \frac{4}{5}$ $5\% = \frac{1}{20}$ $15\% = \frac{3}{20}$

$90\% = \frac{9}{10}$ $\frac{1}{14}$ $1 - \frac{9}{10} - \frac{1}{14} = \frac{70-63-5}{70} = \frac{2}{70}$ ①

Situation wie Aufg 2 mit

A: auf Maschine 1 gefüllt $\bar{A}$: auf Maschine 2 gefüllt

B: zu viel Fl C: genau richtig D: zu wenig

$P(A|B)$ ist zu berechnen

$P(A) = \frac{4}{7}$ $P(B|A) = \frac{3}{20}$ $P(\bar{A}) = \frac{3}{7}$ $P(B|\bar{A}) = \frac{1}{14}$ ①

Gleichung 2d)

$$P(A|B) = \frac{\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{7} \cdot \frac{3}{\underset{5}{\cancel{20}}}}{\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{7} \cdot \frac{3}{\underset{5}{\cancel{20}}} + \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{14}} = \frac{\frac{3}{35}}{\frac{3}{35} + \frac{3}{98}}$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{7}{\cancel{35}}} \cdot \frac{\cancel{5} \cdot 98}{\underset{19}{\cancel{57}}} = \frac{98}{133} \approx 0,74$$

Die W', dass die zu volle Flasche auf Maschine 1 gefüllt wurde, beträgt ca. $\frac{3}{4}$ ①

4. $P(\{2\}) \cup P(\{3\})$ ist falsch, denn $P(\ldots)$ ist eine Zahl. Das Zeichen „$\cup$" verknüpft zwei Mengen. ①

$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$ ist falsch, da die Vereinigung von zwei Elementarereignissen dazu führt, dass die W' <u>addiert</u> werden (0,5)

$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$ ist nicht $\frac{1}{12}$ sondern $\frac{1}{36}$ (0,5)

Richtig lautet die Antwort

$P(\{2\}) + P(\{3\}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ oder

$P(\{2\} \cup \{3\}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ oder $P(\{2,3\}) = \ldots$ ①

5. $P(C) = \frac{1}{3} P(B)$ ①

$P(B) + P(C) = P(D)$ ②

$P(A) + P(B) = P(C) + P(D)$ ③

zusätzlich gilt: $P(A) + P(B) + P(C) + P(D) = 1$ ④ ①

Damit hat man ein Gleichungssystem mit vier Gleichungen und vier Unbekannten

übersichtlich:

$$\begin{array}{llllll}
①' & & -\frac{1}{3}P(B) & + P(C) & & = 0 \\
②' & & P(B) & + P(C) & - P(D) & = 0 \\
③' & P(A) + & P(B) & + P(C) & - P(D) & = 0 \\
④' & P(A) + & P(B) & + P(C) & + P(D) & = 1
\end{array}$$

Die Lösung ist: $P(A) = 0{,}2$, $P(B) = 0{,}3$, $P(C) = 0{,}1$ und $P(D) = 0{,}4$ ②

6.

Definition:

Zufallsexperimente, bei denen man sich nur für das Eintreten („Treffer“, Symbol „1“) oder das Nichteintreten („Niete“, Symbol „0“) eines Ereignisses interessiert, nennt man Bernoulliexperiment. Die Ergebnismenge umfasst also nur zwei Elemente, z.B. $\Omega = \{T,N\}$

Beachte:

- ein Bernoulliexperiment ist nicht notwendig ein Laplace-Experiment.
- die Trefferw’ bezeichnet man üblicherweise mit *p*, die Nichttrefferw’ mit $q = 1 - p$.

Definition:

Eine Folge von *n* unabhängigen Bernoulli-Experimenten mit gleicher Trefferw’ *p* heißt Bernoullikette der Länge *n*.

Satz:

Die W' für k Treffer (in beliebiger Reihenfolge mit den Nichttreffern)

ist dann

$$P(k \text{ Treffer}) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

Bernoulliexperiment, Bernoulliexperiment, Bernoullikette, Elemente, Ereignisses, Nichttrefferwahrscheinlichkeit, Treffer, Zufallsexperimente

②

je Fehler $-\frac{1}{4}$

2	3	4	5	6	Σ
3	3	3	3	2	14