Aufg 1.

a) Als Tupel mit Einträgen 1 und 2 für die jeweils gewinnende Mannschaft.

(1, 1, 1) heißt, dass Mannschaft 1 sofort drei Spiele hintereinander gewinnt und damit das Turnier (2)

b) Alle Ergebnisse zu „Mansch 1 gewinnt das Turnier" sind: (1, 1, 1)

(1, 1, 2, 1), (1, 2, 1, 1), (2, 1, 1, 1)

$(\underbrace{1, 1, 2, 2}, 1)$, (1, 2, 1, 2, 1), (2, 1, 1, 2, 1)

$\frac{4!}{2! \cdot 2!}$ Permutationen = 6

(1, 2, 2, 1, 1), (2, 1, 2, 1, 1), (2, 2, 1, 1, 1)

Das sind insgesamt 10 Ergebnisse

Vertauscht man 1 mit 2, so erhält man alle Ergebnisse für „Mannsch. 2 gewinnt das Turnier"

Also: $|\Omega| = 20$ (2)

c) i) $A = \{(1,1,2,1), (1,2,1,1), (2,1,1,1)\}$ s.o. (1)

ii) $B = \{(1,1,1), (1,1,2,1), \dots, (2,2,1,1,1)\}$ s.o. (1)

(Es gilt also $A \subset B$)

iii) $A \cap B = A$ (1) IV) $A \cup B = B$ (1)

v) $\overline{A} \cup \overline{B}$ bedeutet: M1 gewinnt nicht in 4 Spielen oder M2 gewinnt das Turnier

Also ist $\overline{B} \subset \overline{A}$.

Es gilt $\overline{A} \cup \overline{B} = \overline{A} = \{$ alle 17 Elemente, die nicht in A sind $\}$ (1)

9

2. a) 2 Züge (s,w): $P(s,w) = \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{15}$

oder (w,s): $P(w,s) = \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$

W' für „nur 2 Züge notwendig" ist $\frac{8}{15}$ 2

b) Im ungünstigsten Fall zieht man erst alle 4 weißen Kugeln, bevor man eine schwarze zieht

$$P(w,w,w,w,s) = \frac{\cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1 \cdot \cancel{2}^{1}}{\cancel{6}_{3} \cdot 5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2}} = \frac{1}{15}$$ 2

c) Man muss auch die restlichen Zugmöglichkeiten durchgehen

3 Züge: (s,s,w) oder (w,w,s)

$$P(s,s,w) = \frac{\cancel{2} \cdot 1 \cdot \cancel{4}}{\cancel{6}_{3} \cdot 5 \cdot \cancel{4}} = \frac{1}{15}$$

$$P(w,w,s) = \frac{\cancel{4} \cdot 3 \cdot \cancel{2}}{\cancel{6}_{3} \cdot 5 \cdot \cancel{4}} = \frac{3}{15}$$

$P(3\text{ Züge}) = \frac{4}{15}$ 2

4 Züge: (w,w,w,s)

$$P(w,w,w,s) = \frac{\cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 2}{\cancel{6}_{3} \cdot 5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3}} = \frac{2}{15}$$ 1

Zusammenfassung:

Züge	2	3	4	5
W'	$\frac{8}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$

Probe: Summe = $\frac{15}{15}$ 1

$$E(\text{Anz. d. Züge}) = \frac{1}{15}\left(2\cdot 8 + 3\cdot 4 + 4\cdot 2 + 5\cdot 1\right)$$

$$= \frac{1}{15}\left(16 + 12 + 8 + 5\right) = \frac{41}{15} = 2\,\frac{11}{15} \approx 2{,}73$$

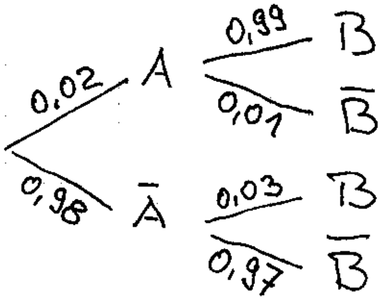
Der Erwartungswert ist ca. 2,73 Züge 1

9

A3 a) $P(A) = 0,02$

$P(B|A) = 0,99 \qquad P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,97$ (2)

b)



(2)

c) Gesucht ist $P(A|B)$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$ (1)

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$$

$$= 0,02 \cdot 0,99 + 0,98 \cdot 0,03$$

$$= 0,0492$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,02 \cdot 0,99 = 0,0198$$

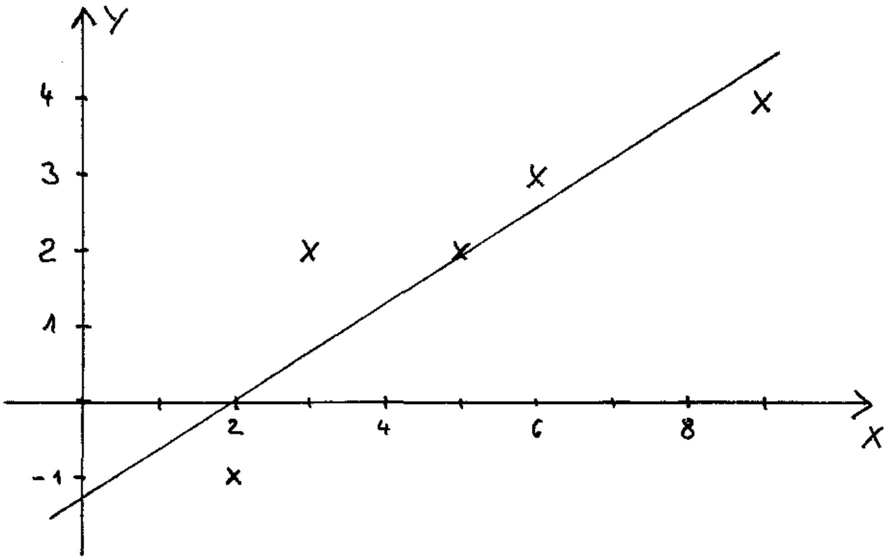
$$P(A|B) = \frac{0,0198}{0,0492} \approx 0,402$$

die W', die Krankheit tatsächlich zu haben, wenn der Test es anzeigt, ist ca 40 % (2)

7

4.

a)



(2)

b) $\bar{x} = \frac{1}{5} \cdot 25 = 5$

$\bar{y} = \frac{1}{5} \cdot 10 = 2$ (1)

c) Formeln

$$m = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2} \qquad b = \bar{y} - m\bar{x}$$

x_i	2	3	5	6	9	
y_i	-1	2	2	3	4	
$x_i y_i$	-2	6	10	18	36	$\sum xy = 68$ (1)
x_i^2	4	9	25	36	81	$\sum x^2 = 155$ (1)

$$m = \frac{68 - 5 \cdot 5 \cdot 2}{155 - 5 \cdot 25} = \frac{18}{30} \approx \underline{\underline{0,6}}$$ (1)

$$b = 2 - 0,6 \cdot 5 = \underline{\underline{-1}}$$ (1)

Regressionsgerade: $y = 0,6x - 1$

7

5. a) $P(X \geq 14) = 1 - P(X \leq 13)$

$\approx 1 - 0,959947$

$\approx 0,04 = 4\%$

Die W' beträgt ca 4% (2)

b) $P(Y \leq 13) \approx 0,7145$

Die W' beträgt ca 71% (1)

c) $\mu_1 = E(X) = 0,3\,n \qquad \sigma_1 = \sqrt{n \cdot 0,3 \cdot 0,7}$

$\mu_2 = E(Y) = 0,4\,n \qquad \sigma_2 = \sqrt{n \cdot 0,4 \cdot 0,6}$

Ansatz: $\mu_1 + \sigma_1 = \mu_2 - \sigma_2$ (1)

$0,3\,n + \sqrt{n \cdot 0,21} = 0,4\,n - \sqrt{n \cdot 0,24} \quad | : \sqrt{n}$

$0,3\sqrt{n} + \sqrt{0,21} = 0,4\sqrt{n} - \sqrt{0,24}$ ordnen

$\sqrt{0,21} + \sqrt{0,24} = 0,1\sqrt{n}$

$\sqrt{n} = 10 \cdot (\sqrt{0,21} + \sqrt{0,24}) \approx 9,48$

$n \approx 90$

Es müssen für die „deutliche" Unterscheidung mindestens 90 Schüler getestet werden. (2)

Die Entscheidungsgrenze ist bei $n = 90$

$0,3 \cdot 90 + \sqrt{90 \cdot 0,21} \approx 31,3$ (1)

Entscheidungsregel für 90 Schüler, die nach der neuen Methode unterrichtet werden.

Beantworten dann 32 oder mehr die Testfrage richtig, so ist die neue Methode besser als die bisher übliche. (1)

/8

A 6

Ansatz (1)

(1, 6, –, –) – bedeutet Ergebnis 2, 3, 4, 5

von diesen Tupeln gibt es $1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 4 = 16$ (1)

Positionen von 1 und 6 verändern,

dabei immer 1 vor 6

$$\left.\begin{array}{l}(1, -, 6, -)\\(1, -, -, 6)\\(-, 1, 6, -)\\(-, 1, -, 6)\\(-, -, 1, 6)\end{array}\right\}$$

insgesamt 6 Positionsmögl. (1)

nun noch 1 mit 6 vertauschen

→ 12 Permutationen von (1)

1, 6, –, –

Kompakte Rechnung: 4 Dinge, davon 2 gleich

$$\frac{4!}{2!} = 4 \cdot 3 = 12$$

Jede Permutation steht für 16 Tupel

Also: $12 \cdot 16 = 192$ günstige Möglichkeiten (1)

4-facher Würfelwurf: $6^4 = 1296$ alle Möglichk. (1)

P(genau eine 1 und genau eine 6) $= \frac{192}{1296} = \frac{4}{27} \approx 0{,}148$

$\approx 14{,}8\%$

(1)

7