

Sommersemester 2008
Dr. Reimund Albers

Stochastik
für Elementarmathematik in FBW



Klausur

Name: _____ Mat.Nr.: _____

Studienziel: BA (FBW) P oder SI
bitte ankreuzen

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Summe
maximal	9	9	7	7	8	7	47
erreicht							

Zugelassene Hilfsmittel:

2 Blatt = 4 Seiten eigene Aufzeichnungen, Taschenrechner

Bitte weisen Sie sich durch einen Lichtbildausweis aus.

S o S e

2 0 0 8

Grundsätzliches: Eine Klausur ist eine Gelegenheit, dem Prüfer zu zeigen, was Sie alles wissen. Es ist also in Ihrem Interesse, dass Ihre Ausführungen lesbar, verständlich und logisch nachvollziehbar sind. Für Studierende des Lehramts ist eine Klausur immer auch eine Prüfung für die Fähigkeit, mathematische Dinge klar und verständlich darzustellen.

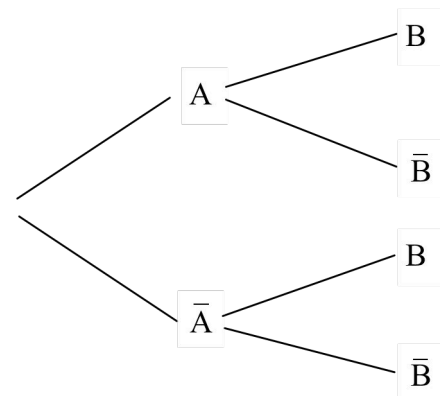
Bitte beginnen Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt. Sie benötigen also mindestens 6 Blätter. Bitte schreiben Sie **nicht** auf das Aufgabenblatt.

1. Bei einem Turnier treten zwei Mannschaften, 1 und 2, gegeneinander an. Es soll so lange gespielt werden, bis eine Mannschaft 3 Siege errungen hat. Wir betrachten diesen Vorgang unter Blickwinkel der W' rechnung.
 - a. Wie lassen sich die Ergebnisse dieses Zufallsexperiments formal und abkürzend beschreiben?
 - b. Wie groß ist $|\Omega|$?
 - c. Es seien A : „Mannschaft 1 gewinnt das Turnier nach insgesamt 4 Spielen“ und B : „Mannschaft 2 verliert das Turnier“. Geben Sie jeweils die Menge der Ergebnisse an (in der von Ihnen in a. eingeführten Beschreibung), die die nachfolgenden Ereignisse ausmachen: (\bar{A} ist das Gegenereignis zu A)
 - i. A ii. B iii. $A \cap B$ iv. $A \cup B$ v. $\bar{A} \cup \bar{B}$

2. In einer Urne liegen 2 schwarze und 4 weiße Kugeln. Sie ziehen so lange eine Kugel ohne Zurücklegen, bis Sie von beiden Farben wenigstens eine Kugel gezogen haben.
 - a. Wie groß ist die W' , bereits nach zwei Zügen die beiden Farben gezogen zu haben?
 - b. Was ist der ungünstigste Fall, also der Fall mit der größten Anzahl von Ziehungen? Wie groß ist die W' dafür?
 - c. Wie groß ist der Erwartungswert für die Anzahl der notwendigen Ziehungen?

3. In dieser Aufgabe geht es um eine Krankheit, die durch einen Test angezeigt werden soll. Dazu definieren wir die Ereignisse:
 A = „Eine Person hat die Krankheit“
 B = „Der Test zeigt an, dass die Person die Krankheit hat.“
 In der Erprobung des Tests wurden Menschen, von denen man auf Grund anderer Untersuchungsmethoden festgestellt hatte, ob sie gesund oder krank sind, dem Test unterworfen. Dabei ergibt sich, dass der Test bei den Kranken mit einer W' von 99% richtig reagiert, bei den Gesunden reagiert er mit einer W' von 97% richtig.
 Aus langjähriger Erfahrung mit diversen Untersuchungsmethoden weiß man, dass 2% der Bevölkerung diese Krankheit hat.

- a. Schreiben Sie zu den drei im Text gegebenen W' die formale Bezeichnung auf, also so etwas wie $P(A) = \dots$, $P(A|B) = \dots$ oder $P(\bar{B}|A) = \dots$
- b. Zeichnen Sie das Baumdiagramm (siehe rechts) zur Erprobungssituation auf Ihr Arbeitspapier und schreiben Sie alle sechs W' (die Zahlen) an die Zweige.
- c. In der Praxissituation benutzt man den Test, um auf die Krankheit zu schließen. Wie groß ist die



W' , die Krankheit tatsächlich zu haben, wenn es der Test anzeigt?

4. Gegeben sind die folgenden $n = 5$ Messwertpaare:

x_i	2	3	5	6	9
y_i	-1	2	2	3	4

- Zeichnen Sie die 5 Messpunkte in ein Koordinatensystem und zeichnen Sie per Augenmaß eine Regressionsgerade ein.
 - Berechnen Sie für die Werte der Tabelle \bar{x} und \bar{y} .
 - Führen Sie den Rechenalgorithmus durch für die Bestimmung von Steigung und y-Achsenabschnitt der Regressionsgeraden.
5. Eine spezielle Testfrage wird nach dem üblichen Unterricht von 30% der Kinder richtig beantwortet. Nun wird eine Klasse von 30 SchülerInnen nach einer neuen Methode unterrichtet, die erfolgreicher sein soll.
Für die nachfolgenden Fragen definieren wir folgende Zufallsvariablen:
 X sei die Anzahl der Schüler, die bei üblichem Unterricht die spezielle Testfrage richtig beantworten können.
 Y sei die Anzahl der Schüler, die nach Unterricht nach der neuen Methode die spezielle Testfrage richtig beantworten können.
- Die neue Methode wird als besser anerkannt, wenn von den 30 Schülern 14 oder mehr die spezielle Testfrage richtig beantworten können. Wie groß ist die W' , dass von 30 nach der üblichen Methode unterrichtete Kinder 14 oder mehr die spezielle Testfrage richtig beantworten können? (Verwenden Sie die Tabellen auf der letzten Seite)
 - Angenommen, die neue Methode ist tatsächlich besser und schafft es, dass 40% der Kinder die spezielle Testfrage richtig beantworten können. Wie groß ist die W' , dass bei der besseren Methode nur 13 oder weniger Kinder die spezielle Testfrage richtig beantworten können? (Verwenden Sie die Tabellen auf der letzten Seite)
 - In einem weiteren Test sollen so viele Kinder unterrichtet und getestet werden, dass die übliche Methode „deutlich“ von der neuen Methode unterscheidbar ist. Dazu nehmen wir weiterhin an, dass die spezielle Testfrage nach der üblichen Methode von 30% der getesteten Schüler richtig beantwortet werden kann, bei der neuen Methode von 40%.
„Deutlich“ soll heißen, dass sich die Sigma-Umgebung um μ_1 für X und die Sigma-Umgebung um μ_2 für Y nicht mehr überschneiden. Wie viele Schüler müssen danach mindestens getestet werden? Wie entscheidet man nun, ob die neue Methode besser ist oder nicht?
6. Wie groß ist die W' , dass beim Würfeln mit 4 Würfeln genau eine „1“ und genau eine „6“ auftauchen?

