



## 13. Übung Regressionsgerade

Präsenzübungen (für Mo/Mi 16./18.7.)

1. Gegeben sind die folgenden  $n = 5$  Messwertpaare:

$x_i$	2	4	8	12	14
$y_i$	3	1	-2	-3	-4

- Zeichnen Sie die 5 Messpunkte in ein Koordinatensystem und zeichnen Sie per Augenmaß eine Regressionsgerade ein.
- Führen Sie den Rechenalgorithmus durch für die Bestimmung von Steigung und y-Achsenabschnitt der Regressionsgeraden.
- Es sei  $y - \bar{y} = m(x - \bar{x})$ ,  $m \in \mathbb{R}$  die Gleichung einer Geraden durch den Schwerpunkt  $(\bar{x}; \bar{y})$  der 5 Messpunkte und  $y_i^* = m(x_i - \bar{x}) + \bar{y}$  der zu jedem  $x_i, i = 1, \dots, n$  gehörige

Wert auf dieser Geraden. Bilden Sie nun die Summe  $S(m) = \sum_{i=1}^5 (y_i - y_i^*)^2$  und

bestimmen Sie den Wert für  $m$ , für den  $S(m)$  minimal wird. Vergleichen Sie mit den Werten aus a. und b.

- (Hausübung)  
Laden Sie die GeoGebra-Datei zur Regressionsgerade und verschieben Sie die fünf Punkte auf die in der Tabelle gegebenen Werte. Finden Sie dann durch systematisches Anpassen der Werte für  $m$  und  $b$  die Regressionsgerade.

### Hinweise zur Klausur

Die Vorlesung hatte folgende Hauptpunkte, die sich mit hoher Warsch. in der Klausur wieder finden:

#### Grundbegriffe:

Zufallsexperiment, Ergebnisraum, Ereignis, Wahrscheinlichkeit, Wahrscheinlichkeitsverteilung  
(Können Sie zu jedem Begriff die Frage: „Was ist ...?“ beantworten?)

#### Kombinatorik

Urnenmodell: Ziehen mit/ohne Zurücklegen, mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge.  
Permutationen: verschiedene/z.T. ununterscheidbare Elemente

#### Baumdiagramme

Pfadregel, Summenregel

## Bedingte Wahrscheinlichkeit

### Aufgabe 1: (Aus der Stochastikklausur d'Henin 06)

In einem Büro arbeiten vier Sekretärinnen, zu deren Aufgabe auch die Ablage von Akten gehört. Das Ereignis  $A_i$  bezeichne

”Akte von Sekretärin  $i$  abgelegt“. Das Ereignis  $B$  bezeichne ”Akte falsch abgelegt“. Es sei bekannt, dass die Wahrscheinlichkeit, eine Akte falsch abzulegen,

bei Sekretärin 1 0.04 beträgt, bei Sekretärin 2 und 3 jeweils 0.01 und bei Sekretärin 4 0.1.

Außerdem ist bekannt, dass Sekretärin 1 40%, Sekretärin 2 10%, Sekretärin 3 30% der Akten ablegt.

Hinweis: Aufgaben c) und d) sind formal zu lösen, d.h. nicht anhand eines Baumdiagramms. Sie können sich aber ein Baumdiagramm zur Hilfe anfertigen.

a) Geben Sie alle in der Angabe genannten Wahrscheinlichkeiten formal, d.h. in der Form  $P(\dots) = \dots$ , an.

b) Bestimmen Sie  $P(A_4)$ . Begründen Sie Ihr Ergebnis mit einer formalen Rechnung.

c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig herausgegriffene Akte falsch abgelegt wurde.

d) Eine Akte wird zufällig herausgegriffen. Sie ist falsch abgelegt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Sekretärin 4 diese falsch abgelegte Akte abgelegt hat.

## Zufallsgröße

allgemein, Erwartungswert, Varianz, Streuung (Standardabweichung)

### Aufgabe 4: (Aus der Stochastikklausur d'Henin 06)

Ein Spiel läuft folgendermaßen ab. Ein Schütze schießt höchstens 3 Mal auf eine Zielscheibe. Sobald er trifft, dies geschieht in jedem Versuch mit Wahrscheinlichkeit 0.4, ist das Spiel beendet. Trifft er auch mit dem dritten Schuss nicht, so ist das Spiel ebenfalls beendet. Der Schütze bekommt 120 Euro, wenn er im ersten Versuch trifft und 80 Euro, falls er im zweiten oder im dritten Versuch trifft. Trifft der Schütze nicht, so muss er einen festen Betrag  $B$  bezahlen.

a) Geben Sie ein mögliches  $\Omega$  an, und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Elementarereignisse, d.h.  $P(\{\omega\})$  für alle  $\omega \in \Omega$ .

b) Definieren Sie auf diesem  $\Omega$  eine Zufallsvariable  $S$ , die den Spielgewinn des Schützen beschreibt und geben Sie die Verteilung von  $S$  an, d.h.  $P(S = s)$  für alle interessierenden Werte  $s$ .

c) Wie gross muss der Betrag  $B$  sein, den der Schütze bezahlt, falls er in drei Versuchen nicht trifft, damit der Erwartungswert des Spielgewinns  $S$  gerade Null beträgt.

d) Nehmen Sie nun an, dass  $B$  gerade diesen Wert annimmt. Bestimmen Sie die Varianz von  $S$ . [Die zu bezahlende Summe beträgt 364.44]

## Binomialverteilung

speziell Erwartungswert, Varianz, Streuung (Standardabweichung)

### Aufgabe 5: (Aus der Stochastikklausur d'Henin 06)

1. Sei  $X$  eine binomialverteilte Zufallsgröße mit  $n = 10$  und  $p = 0.25$ .

a) Bestimmen Sie  $E(X)$  und  $\text{Var}(X)$ .

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass  $X$  um höchstens 2 vom Erwartungswert abweicht.

## Regressionsgerade

### Aufgabe 2: (Aus der Stochastikklausur d'Henin 06)

Zur Überprüfung der Wirkung von Kraftfutter für Milchkühe verwenden sechs benachbarte Bauern mit gleichem Viehbestand verschiedene Mengen des Kraftfutters. Die verwendeten Mengen von Kraftfutter und der gemessene Milchertrag sind in der folgenden Tabelle dargestellt

(Angabe in l bzw. kg)

Bauer Kraftfuttermenge (X) Milchertrag (Y)

A	80	2700
B	200	3250
C	240	3500
D	140	3100
E	400	4000
F	320	3800

a) Zeichnen Sie ein Streudiagramm mit den in der Tabelle dargestellten Daten. Beurteilen Sie in einem Satz anhand der Zeichnung, ob es gerechtfertigt ist, einen annähernd linearen Zusammenhang zwischen den beiden Merkmalen anzunehmen.

b) Bestimmen Sie die Parameter der Regressionsgeraden. Berechnen Sie Summen als Hilfsgrößen und geben Sie diese an!

c) Welchen Milchertrag könnte man bei globaler Gültigkeit der in Teilaufgabe b) bestimmten Regressionsgeraden bei einem Kraftfuttereinsatz von 1500 kg pro Stall erwarten? Beurteilen Sie dieses Ergebnis (1-2 Sätze).