

## 11. Übung

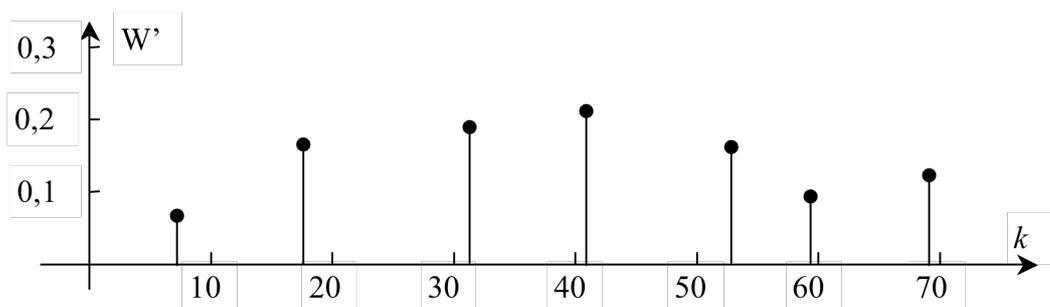
### Erwartungswert und Streuung

Präsenzübungen (für Mo/Mi 2./4.7.)

1. Es wird mit zwei Würfeln gewürfelt und jedem Ergebnis die Augensumme zugeordnet. Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung für diese Zufallsvariable in einer Tabelle an.  
Zeichnen Sie die  $W'$ -verteilung als Stabdiagramm.  
Berechnen Sie Erwartungswert  $\mu$ , Varianz und Streuung  $\sigma$ .  
Mit welcher  $W'$  liegt die Augensumme im Intervall  $[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$ ?
2. Berechnen Sie für die Binomialverteilung mit  $n = 50$  und  $p = 0,4$  das Intervall  $[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$ . Berechnen Sie ebenso für die Binomialverteilung mit  $n = 50$  und  $p = 0,5$  das Intervall  $[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$ . Welche Trefferanzahlen liegen gleichzeitig in beiden Intervallen? Skizzieren Sie den Sachverhalt in einem Diagramm.

Hausübungen (Abgabe: Do, 5.7.)

3.



Lesen Sie die Werte der  $W'$ -verteilung aus dem Stabdiagramm ab.

- a. Orientieren Sie sich bei Ablesunsicherheit eher an den unteren Werten (achten Sie trotzdem darauf, dass die Summe der  $W'$  Eins ist). Berechnen Sie nun Erwartungswert, Varianz und Streuung.
- b. Orientieren Sie sich bei Ablesunsicherheit eher an den oberen Werten (achten Sie trotzdem darauf, dass die Summe der  $W'$  Eins ist). Berechnen Sie nun Erwartungswert, Varianz und Streuung.
- c. Beurteilen Sie die Unterschiede zwischen a und b. Wie beurteilen Sie die Ablesgenauigkeit für das Diagramm?
- d. Zeichnen Sie  $\mu$  und das Intervall  $[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$  ein.

4. Auf einer Fluglinie, die sehr viel von Geschäftsleuten gebucht wird, kostet ein Platz 500 Euro. Die Fluggäste erscheinen mit einer  $W'$  von 90%. Die 500 Euro zahlen nur die Reisenden, die tatsächlich fliegen, es gibt keine Flugscheine, die verfallen, wenn man den gebuchten Flug nicht antritt. Die Flugzeuge, die auf der Linie eingesetzt werden, haben 80 Plätze.
- Wie groß ist der Erwartungswert für die Einnahmen pro Flugzeug, wenn maximal 80 Buchungen für ein Flugzeug angenommen werden?
  - Die Fluggesellschaft nimmt pro Flugzeug 85 Buchungen vor. Bekommen gebuchte Fluggäste den Flug nicht, so werden sie umgebucht und erhalten eine Entschädigung von 200 Euro. Wie groß ist nun der Erwartungswert für die Einnahmen? Lohnt sich das Überbuchen für die Fluggesellschaft?
5. Spieler waren lange der Meinung, dass es beim Würfeln mit zwei Würfeln **nicht** auf die Reihenfolge ankommt und es daher 21 Ergebnisse gibt.

Für die Augensumme 11 beträgt dann die  $W'$   $\frac{1}{21}$ . **Das ist falsch!**

Tatsächlich ist für die Augensumme 11 die  $W'$   $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ .

- Erläutern Sie die oben angegebenen Zahlen.
- Jemand möchte nun an einem realen Experiment durch Auszählen der Treffer für die Augensumme 11 entscheiden, welche  $W'$  zutrifft. Er würfelt genau 126 Mal (Warum diese Zahl? Woher kommt sie?) und will sich für die (falsche)  $W'$   $\frac{1}{21}$  entscheiden, wenn 6 Mal oder weniger 11 als Augensumme erscheint. Wie groß ist die  $W'$ , dass er diesem Irrtum erliegt? (*Verwenden Sie die Exceltabelle für die Binomialverteilung*)
- Für eine verlässliche Trennschärfe des Experiments soll das Intervall  $[\mu_1 - \sigma_1; \mu_1 + \sigma_1]$ , das man für die  $W'$   $\frac{1}{21}$  erhält, von dem Intervall  $[\mu_2 - \sigma_2; \mu_2 + \sigma_2]$ , das man für die  $W'$   $\frac{1}{18}$  erhält, vollständig getrennt sein (disjunkt sein). Wie viele Versuche muss man insgesamt mindestens machen, damit das erfüllt ist?