



9. Übung Binomialverteilung

Präsenzübungen (für Mo/Mi 18./20.6.)

1.
 - a. Zeigen Sie für die Binomialkoeffizienten allgemein die im Pascalschen Dreieck verwendete Summenformel
$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k}$$
 - b. Machen Sie sich die Formel
$$\binom{n}{k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k!}$$
 klar. Wie viele Faktoren stehen rechts über bzw. unter dem Bruchstrich?

2. Machen Sie sich (noch einmal) die kombinatorischen Überlegungen klar, die im Binomischen Lehrsatz zum k -ten Glied führen $\binom{n}{k} a^k b^{n-k}$. Wenden Sie diese Überlegungen an auf das Problem:
Wie oft kommt bei der Entwicklung von $(a+b+c)^{10}$ der Term $a^3 b^2 c^5$ vor?

3. Eine Zufallsgröße X nehme die aufgelisteten Werte mit der angegebenen W an.

Werte für $X: k =$	-2	0	1	3	10
W für $X = k$	0,3	0,2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$...

Berechnen Sie den Erwartungswert.

Hausübungen (Abgabe: Do, 21.6.)

4. Ein Schüler wendet sich Hilfe suchend an Sie: „Also das mit den bedingten Wahrscheinlichkeiten habe ich eigentlich schon verstanden, aber so ganz ist mir der Unterschied zwischen $P(A|B)$ und $P(A \cap B)$ nicht klar.“
Schreiben Sie eine Erläuterung, die diesen Unterschied herausstellt.
Denken Sie bei Ihrer Erläuterung unter anderem daran:
 - Wo stehen die beiden W 'en im Baumdiagramm?
 - Belegen Sie A und B mit Beispiereignissen und machen Sie daran den Unterschied klar.
 - Wählen Sie Zahlenbeispiele für die Wahrscheinlichkeiten.

5. Übungen zum Arbeiten mit der Binomialtabelle in Excel
Schreiben Sie jeweils eine kurze Erläuterung, wie Sie vorgegangen sind.
 - a. Wie groß ist bei einer Trefferw' von 0,25 die W ', in 24 Versuchen genau 6 Treffer zu haben?
 - b. Wie groß ist bei einer Trefferw' von 0,37 die W ', in 85 Versuchen wenigstens 25 Treffer zu haben?
 - c. Wie groß ist bei einer Trefferw' von 0,714 die W ', in 150 Versuchen wenigstens 100 und höchstens 115 Treffer zu haben?

6. Experimentieren Sie mit der Binomialtabelle in Excel
Wir wollen in den nachfolgenden Aufgaben zu unterschiedlichen Anzahlen n von Versuchen immer 10% von n als zulässiges Trefferintervall betrachten. Ist zum Beispiel $n = 50$, so sind 5 aufeinander folgende Trefferanzahlen ein zulässiges Trefferintervall, z.B. die Trefferanzahlen 7, 8, 9, 10, 11.
 - a. Die Trefferw' sei $p = 0,4$ und die Anzahl der Experimente $n = 30$. Wählen Sie das zulässige Trefferintervall so, dass die W ' für das Ereignis, dass die Trefferanzahl aus dem zulässigen Trefferintervall ist, maximal wird. Beschreiben Sie kurz, wie Sie das optimale Intervall finden. Wie groß ist diese W '?
 - b. Lösen Sie Aufgabe a. für (weiterhin) $p = 0,4$ und (neu) $n = 50$.
 - c. Lösen Sie Aufgabe a. für (weiterhin) $p = 0,4$ und (neu) $n = 100$.
 - d. Welche Tendenz ist aus den drei Aufgaben a, b, c ablesbar? Warum ist es also bei statistischen Erhebungen günstiger, große Versuchsanzahlen durchzuführen?

7. Zwei Mannschaften treten gegeneinander in einem Turnier von n Einzelvergleichen an, um den Sieger zu ermitteln. Spezialisten schätzen Mannschaft A etwas besser ein und rechnen für diese mit einer Siegw' von 0,55 in einem Einzelvergleich. Das Gesamtturnier ist gewonnen, wenn mehr als die Hälfte der Einzelvergleiche gewonnen ist.
 - a. Das Turnier besteht aus 7 Einzelvergleichen.
 - i. Wie groß ist die W ', dass die schwächere Mannschaft B das Turnier gewinnt?
 - ii. Wie groß ist die W ', dass die stärkere Mannschaft A die schwächere Mannschaft B bereits nach genau 5 Einzelvergleichen besiegt hat?
 - b. Aus wie vielen Einzelvergleichen sollte das Turnier bestehen, damit die W ', dass die schwächere Mannschaft gewinnt, ca. 33% beträgt?
(Lösen Sie dieses Problem durch gezieltes Experimentieren mit der Binomialtabelle.)
Erläutern Sie Ihr Vorgehen und Ihre Überlegungen dazu.