



## 7. Übung

### Bedingte Wahrscheinlichkeit

Präsenzübungen (für Mo/Mi 4./6.6.)

- [http://www.tagesschau.de/aktuell/meldungen/0,,OID6830122\\_,00.html](http://www.tagesschau.de/aktuell/meldungen/0,,OID6830122_,00.html) (siehe rechts).  
Im Text ist von einer 99,9-prozentigen Wahrscheinlichkeit die Rede. Ist das wirklich die  $W$  für das angegebene Ereignis? Wie kann man diese Angabe sinnvoll interpretieren?
- (Wiederholung zur Kombinatorik)  
Beim Skatspiel werden 32 Karten verteilt. Die 3 Spieler bekommen je 10 Karten, 2 Karten gehen in den „Skat“. Für die Aufgabe: „Wie viele Kartenverteilungen gibt es?“ sehen Sie zwei richtige Lösungen:

  - $$\binom{32}{10} \binom{22}{10} \binom{12}{10} \binom{2}{2}$$

Was hat sich die Person bei dieser Lösung gedacht?
  - $$\frac{32!}{10! \cdot 10! \cdot 10! \cdot 2!}$$

Was hat sich die Person bei dieser Lösung gedacht?
  - Zeigen Sie, dass man die Lösung aus a. umformen kann in die Lösung aus b.
- Aufgabe aus der letzten Vergleichsarbeit, Klasse 10  
Ist die  $W$  eine Sechszu würfeln, sieben mal größer, wenn man sieben Versuche hat als wenn man nur einen Versuch hat? Begründe deine Antwort.

#### Die Sorgen der Holly Marie Adams **Wer ist bloß der Vater?**

Holly Marie Adams hatte in nur einer Nacht Sex mit zwei Männern. Die beiden Männer sind eineiige Zwillinge. Neun Monate später gebar sie ein entzückendes Mädchen. Doch woher in aller Welt soll Holly Marie Adams jetzt wissen, welcher der beiden potenziellen Väter das Kind gezeugt hat?? Beide Männer weisen ob der drohenden Unterhaltszahlungen die Schuld weit von sich: Der jeweils andere sei es gewesen.



Wer ist der Vater?? Kommen eineiige Zwillinge in Frage, bleibt das wohl ungeklärt.



#### **Laut Test waren es beide**

Kein Problem in der heutigen Zeit, dachte sich Holly Marie Adams, es gibt ja Gentests. Weit gefehlt! Bei jedem der Brüder, so ergab der Test, besteht eine 99,9-prozentige Wahrscheinlichkeit, dass er der Vater des Mädchens sei. Selbst wenn man den gesamten Chromosomensatz der Zwillinge untersuchte, würde man keinen Unterschied sehen, sagte der auf DNA-Analysen spezialisierte Gerichtsmediziner Bob Gaensslen im amerikanischen Fernsehen.

## Hausübungen (Abgabe: Do, 7.6.)

4. Ein Zufallsexperiment hat 10 mögliche Ergebnisse:  $1, 2, \dots, 10$ . Aus inhaltlichen Überlegungen weiß man, dass das Elementarereignis  $\{2\}$  doppelt so häufig auftritt wie  $\{1\}$ , das Elementarereignis  $\{3\}$  dreimal so häufig wie  $\{1\}$  usw., also formal

$$P(\{i\}) = i \cdot P(\{1\}), \quad i = 1, \dots, 10$$

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Elementarereignis  $\{1\}$ ?
  - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, wenn es allgemein  $N$  mögliche Ergebnisse gibt und die Regel fortgesetzt wird?
5. In einem bayrischen Touristenort sind zur Hochsaison fünfmal so viele Touristen wie Einheimische. Touristen tragen zu 60% einen Tirolerhut, Einheimische nur zu 20%.
- Sie fragen einen Menschen mit Tirolerhut nach dem Weg. Wie groß ist die  $W'$ , dass der Mensch ein Einheimischer ist?
  - Sie fragen einen Menschen ohne Tirolerhut nach dem Weg. Wie groß ist die  $W'$ , dass der Mensch ein Einheimischer ist?

Was ist also günstiger, wenn Sie möglichst schnell eine verlässliche Wegauskunft haben möchten?

*Formalisieren Sie das Problem durch:*

*H: Mensch trägt Tirolerhut   E: Mensch ist Einheimischer*

*Machen Sie sich klar, welche  $W'$  im Text gegeben sind und wenden Sie explizit die Formel von Bayes an.*

6. Nehmen Sie in Aufgabe 5 an, dass in dem Ort 100 Einheimische wohnen. Stellen Sie damit für die in Aufgabe 5 beschriebene Situation eine Vierfeldertafel mit absoluten Personenzahlen auf und begründen Sie daran, warum es günstiger ist, einen Hut- bzw. Nichthutträger zu fragen.

7. Verwenden Sie die formale Definition der bedingten  $W'$ :  $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ .

- Beweisen Sie formal die Gleichung  $P(A \cap B | B) = P(A | B)$ .
- Berechnen Sie die  $W'$   $P(A|A) P(A|\bar{A}) P(A|\Omega)$ , wobei  $\Omega$  wie üblich der Ergebnisraum ist.
- Verwenden Sie die inhaltliche Erklärung für die bedingte  $W'$ : „ $P(A|B)$  ist die  $W'$  für  $A$ , wenn bereits  $B$  eingetreten ist.“ Erläutern Sie damit inhaltlich - anschaulich die Gleichung unter a. und erläutern Sie die Ergebnisse unter b.