Sommersemester 2007
Dr. Reimund Albers

Stochastik
für Elementarmathematik in FBW

4. Übung
mehrstufige Zufallsexperimente, Simulationen in Excel

Präsenzübungen (für Mo/Mi 14./16.5.)

1. Rechnen mit Summenzeichen
Gegeben sind die Zahlen

i	1	2	3	4	5
x_i	2	0	-1	3	4
y_i	1	7	-2	-3	-1

Berechnen Sie jeweils die beiden Summen konkret aus. Welche Rechenregel wird jeweils angewendet bzw. vor welchem Fehlschluss soll gewarnt werden?

a. $\sum_{i=1}^{5} 2x_i$ und $2\sum_{i=1}^{5} x_i$

b. $\sum_{i=1}^{5} x_i^2$ und $\left(\sum_{i=1}^{5} x_i\right)^2$

c. $\sum_{i=1}^{5}\left(x_i + y_i\right)$ und $\sum_{i=1}^{5} x_i + \sum_{i=1}^{5} y_i$

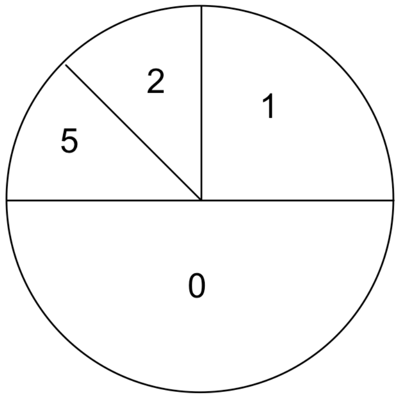
d. $\sum_{i=1}^{5} x_i y_i$ und $\sum_{i=1}^{5} x_i \cdot \sum_{i=1}^{5} y_i$

2.
a. Sie werfen 30 Mal eine Münze und beachten die Reihenfolge von Zahl oder Adler. Wie viele 30er-Serien gibt es, in denen genau 5 mal Zahl fällt?
b. Sie ziehen aus einer Urne mit 30 Kugeln mit den Zahlen 1 bis 30 fünf Kugeln ohne Zurücklegen heraus. Die Reihenfolge wird nicht beachtet. Wie viele Ziehungen gibt es?
c. Bringen Sie Aufgabe a. und b. in Verbindung. Warum ergibt sich die gleiche Anzahl?

Hausübungen (Abgabe: Do, 24.5.)

3. Ziehen mit und ohne Zurücklegen
In einer Urne liegen 7 schwarze und 3 weiße Kugeln. Sie ziehen nacheinander 3 Kugeln heraus. Gewonnen haben Sie, wenn wenigstens zwei Kugeln schwarz sind. Sie gehen dabei nach zwei Strategien vor: 1. Sie notieren die gezogene Farbe und legen immer, also insbesondere unabhängig von der gezogenen Farbe, die gezogene Kugel zurück. 2. Sie lassen die gezogene Kugel in jedem Fall draußen. Welche Strategie ist günstiger?
(*Nebenbei: Haben Sie ein „Gefühl“ für die Frage, eine intuitive Lösung?*)
a. Berechnen Sie für beide Strategien mit einem Baumdiagramm die Gewinnw’.
b. Erläutern Sie, wie sie die Anzahl der Kugeln ändern müssen, so dass die andere Strategie die günstigere ist. Geben Sie eine Begründung dafür an.

4. Sie würfeln drei Mal.
   a. Wie groß ist die W', dass alle drei Würfe verschiedene Zahlen zeigen?
   b. Simulieren Sie diesen Versuch in einer Excel-Tabelle. Erläutern Sie die Tabelle.
   c. Sie würfeln nicht 3 Mal sondern n Mal. Wie groß ist dann die W', dass alle n Würfe verschiedene Zahlen zeigen?
   (*Hinweis: Hier sollten Sie zumindest zwei verschiedene Fälle unterscheiden.*)

5. Ein Glücksrad hat folgende Sektorenaufteilung. Entwerfen Sie eine Excel-Tabelle, die die Zahlen 0, 1, 2 und 5 in der zugehörigen Häufigkeit als Zufallszahlen erzeugt. Erläutern Sie die Konstruktion der Tabelle. Demonstrieren Sie die korrekten Häufigkeiten durch ein Säulendiagramm. Drucken Sie eine Spalte (1 DIN-A-4 Blatt) mit den Ergebnissen und dem Diagramm aus.
   

   Hinweis: Sie dürfen die WENN-Abfrage ineinander schachteln:
   =WENN(Bedingung1 ; Anweisung1 ; WENN(Bedingung2 ; Anw.2 ; Anw.3))
   Das bedeutet: Ist Bed.1 wahr, wird Anweisung 1 ausgeführt, ist Bed. 1 falsch, aber Bed.2 wahr, so wird Anw. 2 ausgeführt, sind Bed.1 und Bed.2 falsch, so wird Anw. 3 ausgeführt. Man kann das auch noch weiterführen.

6. Im Land Kalibund erhalten die Bürger einmal im Jahr die Gelegenheit, von der Steuer befreit zu werden. Dazu sind 3 Urnen aufgestellt, in jeder liegen 3 schwarze und 3 weiße Kugeln. Es wird eine Urne zufällig ausgewählt und der Bürger darf zufällig eine Kugel ziehen. Ist die gezogene Kugel weiß, so ist der Bürger von der Steuer befreit.
   a. Wie groß ist die W' dafür?
   b. Vor dem Ziehen darf der Bürger eine Kugel nehmen und in eine andere Urne legen. Welche beiden Möglichkeiten gibt es? Welche ist die günstigere?
   c. Sie dürfen die 9 schwarzen und 9 weißen Kugeln beliebig in die Urnen verteilen, jedoch mindestens eine Kugel in jede Urne und es müssen alle 18 Kugeln verteilt werden. Was ist die nach Ihrer Meinung günstigste Kugelverteilung? Wie groß ist dann die W' für eine Steuerbefreiung? Warum ist das die günstigste Kugelverteilung?
   Hinweis: Diese letzte Aufgabe ist experimenteller Art. Probieren Sie hier verschiedene Kugelverteilungen aus und argumentieren Sie auf der Basis dieser Experimente. Es ist keine allgemeingültige Begründung verlangt.