



### 3. Übung

#### Wahrscheinlichkeit, Berechnen von Wahrscheinlichkeiten

Präsenzübungen (für Mo/Mi 7./9.5.)

1. Theoretische Grundlagen
  - a. Wiederholen Sie die Begriffe Ergebnis(raum), Ereignis(raum), Potenzmenge, Ereignisalgebra ( $\sigma$ -Algebra), Wahrscheinlichkeitsverteilung
  - b. Gegeben ist  $\Omega = \{A, B, C, D\}$  und die beiden Ereignisse  $E_1 = \{A\}$  und  $E_2 = \{C, D\}$ .  
Erweitern Sie die Menge der Ereignisse so, dass sie eine Ereignisalgebra ( $\sigma$ -Algebra)  $\mathcal{A}$  darstellt. Ist es notwendig, die vollständige Potenzmenge von  $\Omega$  zu nehmen?
  - c. Es sei  $P(E_1) = 0,1$  und  $P(E_2) = 0,4$  die den Ereignissen  $E_1$  und  $E_2$  zugeordnete Wahrscheinlichkeit. Bestimmen Sie für alle in b. hinzugenommenen Ereignisse die Wahrscheinlichkeiten so, dass  $P$  insgesamt eine Wahrscheinlichkeitsverteilung über  $\mathcal{A}$  ist.
2. Wettervorhersage  
An einem Fantasieort entwickelt sich das Wetter nach folgendem Muster von Tag zu Tag (wir unterscheiden nur die beiden Wetterergebnisse „trocken“ und „regnerisch“): ist es trocken, so bleibt es mit einer W' von 60% trocken, ist es regnerisch, so bleibt es mit einer W' von 70% regnerisch. Heute ist es regnerisch. Wie groß ist die W', dass es übermorgen trocken ist?

Hausübungen (Abgabe: Do, 10.5.)

3. Laplace-Wahrscheinlichkeit  
Für welche Ergebnisräume ist die Laplace-Wahrscheinlichkeit eine angemessene Wahrscheinlichkeitsverteilung?
  - a. Werfen mit einer Münze (Zahl, Adler) und einem Würfel. Ergebnisse sind die Paare (Münzergebnis, Würfelzahl).
  - b. Geschlecht von Kindern bei der Geburt - Ergebnisse sind „Junge“ oder „Mädchen“
  - c. Lottospiel - Ergebnisse sind „Sechser“ oder „kein Sechser“
  - d. Lottospiel - Ergebnisse sind alle Gewinnmöglichkeiten: kein Gewinn, 3er, 3er m Z, 4er, 4er m Z, 5er, 5er m Z, 6er
  - e. Werfen mit zwei Würfeln - Ergebnisse sind die Augensummen 2 bis 12
4. In einer Schachtel liegen 5 Schlüssel, einer passt zu meinem Schloss, 4 nicht. Ich greife die Schlüssel wahllos nacheinander und teste sie. Wie groß ist die W',
  - a. dass ich gleich beim ersten Test den richtigen Schlüssel erwische?
  - b. dass ich erst beim letzten Test den richtigen Schlüssel erwische?
  - c. Verallgemeinern Sie die Aufgabe b. auf  $n$  Schlüssel.  
(Hinweis: Hier helfen kombinatorische Überlegungen wohl eher als ein Baumdiagramm.)

5. 3 mit Namen versehene Briefe werden zufällig in 3 vorbereitete Umschläge gesteckt. Wie groß ist die  $W$ , dass
  - a. alle Briefe im richtigen Umschlag sind?
  - b. keiner der Briefe im richtigen Umschlag ist?
  
6. Ein Prüfer hat einen Katalog von 8 Fragen, die veröffentlicht und bekannt sind. Für eine Prüfung wählt er zufällig zwei Fragen aus und legt sie dem Prüfling vor. Die Prüfung ist bestanden, wenn der Prüfling wenigstens eine Frage beantworten kann.
  - a. Jan Tutnix bereitet sich auf eine Frage vor. Wie groß ist seine  $W$ , die Prüfung zu bestehen?
  - b. Klara Fleißig bereitet sich auf sechs Fragen vor. Wie groß ist ihre  $W$ , die Prüfung zu bestehen?
  - c. Jana Minimum möchte gerne wissen, wie viele Fragen sie vorbereiten muss, damit ihre  $W$ , die Prüfung zu bestehen, gerade größer als 50% ist.