9. Übung

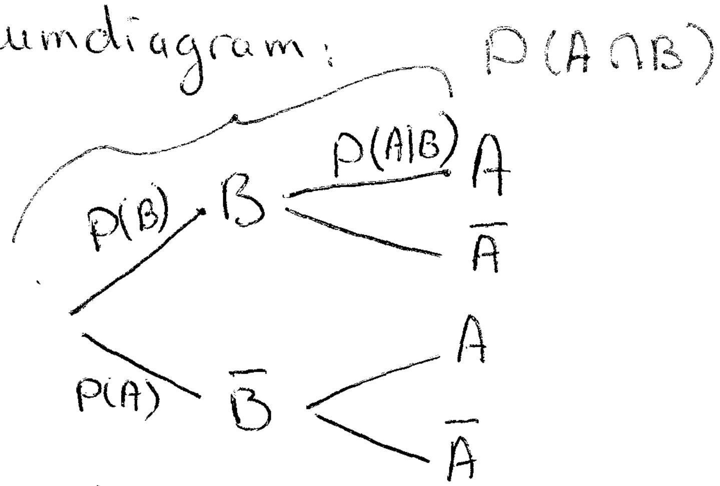
4) $P(A|B)$ – W' für A, wenn B schon eingetreten ist

$P(A\cap B)$ – W' für A und B.

Unterschied sieht man auch aus Formel:

$$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

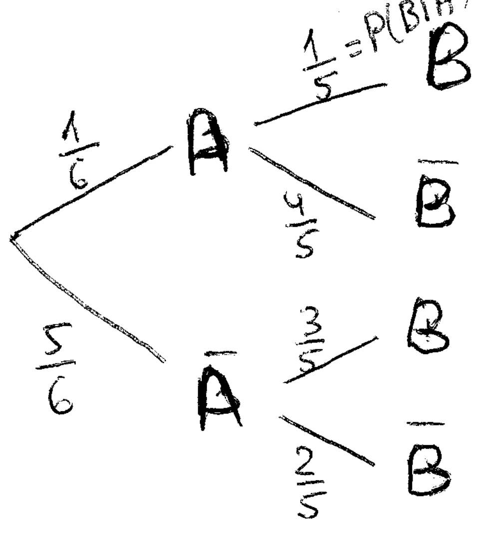
Baumdiagram:



Beispiel: Aus Übung 7 (Aufgabe 5)

$A:=$ Einheimische

$B:=$ Hutträger



$P(B|A) = \frac{1}{5}$

$P(B\cap A) = \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5} = \frac{1}{30}$

Also, $P(B|A) \neq P(B\cap A)$

5) Arbeiten mit der Binomialtabelle in Excel

a) $n = 24$, $p = 0{,}25$, $k = 6$

$A :=$ genau 6 Treffer

$P(A) = 0{,}185$, diesen Wert kann man aus der Zeile für 6 Treffer bei $B(k, n, p)$ ablesen.

b) $n = 85$, $p = 0{,}37$, $B :=$ Wenigstens 25 Treffer.

$P(B) = 1 - P(1 \text{ bis } 24 \text{ Treffer}) = 1 - 0{,}057 = 0{,}943$

wobei $P(1 \text{ bis } 24 \text{ Treffer})$ ist die kumulierte Wert für die Treffer 1 bis 24.

c) $n = 150$, $p = 0{,}714$

$C :=$ wenigstens 100 und höchstens 115 Treffer

$D_1 :=$ bis 99 Treffer (kumuliert), $D_2 :=$ bis 115 Treffer

$E :=$ wenigstens 116 Treffer

$$P(C) + P(D_1) + P(E) = 1$$

$$\Rightarrow P(C) = 1 - P(D_1) - P(E) = \underbrace{1 - P(E)}_{P(D_2)} - P(D_1)$$

$$= P(D_2) - P(D_1) = 0{,}938 - 0{,}086 = 0{,}852$$

6) a) $p=0{,}4$ $n=30$ (mit Tabelle)

zulässiges Intervall → 10% von 30 ist gleich 3.

Muss man schauen, bei welchen 3 Treffenzahlen die großte W' angegeben ist. Das ist hier bei 11, 12, 13 mit W' 0,14 bzw 0,15 bzw. 0,14.

Die W' in diesem Intervall wird dann wie in 5c) beschrieben errechnet.

$$P(11 \text{ bis } 13 \text{ Treffer}) = \underbrace{0{,}7145}_{\substack{W' \text{ bei } 13 \\ \text{kumuliert}}} - \underbrace{0{,}2915}_{\substack{W' \text{ bei } 10 \\ \text{kumuliert}}} = 0{,}423$$

b) $p=0{,}4$, $n=50$

10 % von 50 ist 5.

Zulässige Trefferintervall: 18 bis 22

$$P(18 \text{ bis } 22 \text{ Treffer}) = 0{,}766 - 0{,}237 = 0{,}529$$

c) $p=0{,}4$ $n=100$ ⇒ 10 Trefferanzahlen

Trefferintervall: 35 bis 44

$$P(35 \text{ bis } 44 \text{ Treffer}) = 0{,}821 - 0{,}130 = 0{,}691$$

d) Tendenz: Je größer n ist, desto wahrscheinlicher ist im idealen Trefferinterval zu liegen.

7) Das Turnier besteht aus 7 Einzelvergleichen.

i) $n = 7$, $p = 0{,}45$ $q = 0{,}55$

Die W' dass Mannschaft B kein Spiel gewinnt, $(P(x=0))$ beträgt:

$P(x=0) = \binom{7}{0} \cdot 0{,}45^0 \cdot 0{,}55^7 = 0{,}01522$

$P(x=1) = \binom{7}{1} \cdot 0{,}45^1 \; 0{,}55^6 = 0{,}08719$

$P(x=2) = \binom{7}{2} \cdot 0{,}45^2 \; 0{,}55^5 = 0{,}214$

$P(x=3) = \binom{7}{3} \cdot 0{,}45^3 \cdot 0{,}55^4 = 0{,}2918$

Sei E := schwächere Mannschaft B gewinnt

$P(E) = 1 - P(0 \text{ bis } 3 \text{ Siege}) =$

$= 1 - 0{,}01522 - 0{,}08719 - 0{,}214 - 0{,}2918$

$= 0{,}39179$

ii) Es ist klar, dass Mannschaft A muss in den ersten 4 Spielen genau 3 Spiele gewinnen und Eins verlieren und das fünfte Spiel wieder gewinnen.

Deshalb rechnen wir zunächst die W', dass Mannschaft A genau 3 Spiele von vieren gewinnt:

$$P(3 \text{ Siege von 4 Spielen}) = \binom{4}{3} \cdot 0{,}55^3 \cdot 0{,}45^1 = 0{,}2995$$

Die W', dass Mannschaft A dass fünfte Spiel gewinnt, beträgt $q = 0{,}55$.

Also, mit $G :=$ A gewinnt genau nach 5 Spielen,

$$P(G) = 0{,}2995 \cdot 0{,}55 = 0{,}1647$$

Mit einer W' von 16,47 % besiegt Mannschaft A die schwächere Mannschaft B nach genau 5 Einzelvergleichen.

b) Durch ausprobieren in Excel: $\underline{n = 19}$