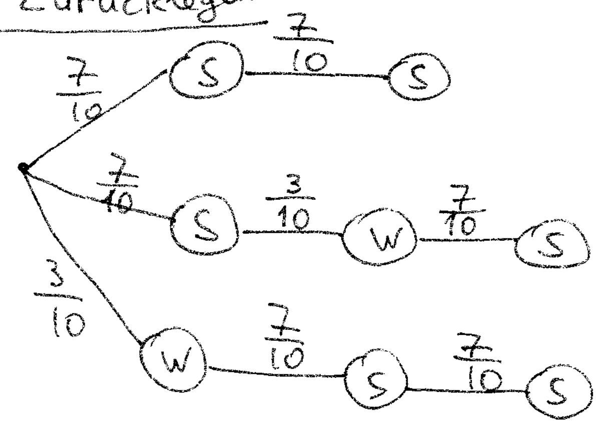
Übung 4

Lösungen ...

3. 7 schwarzen (s) und 3 weißen (w) Kugeln.

a) G := gewonnen

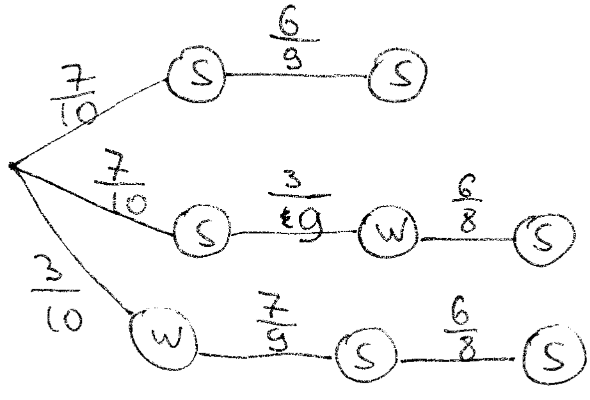
mit Zurucklegen



$$P(G) = \frac{7}{10}\cdot\frac{7}{10} + \frac{7}{10}\cdot\frac{3}{10}\cdot\frac{7}{10} + \frac{3}{10}\cdot\frac{7}{10}\cdot\frac{7}{10}$$

$$= \frac{98}{125} = 0{,}784$$

ohne Zurücklegen



$$P(G) = \frac{7}{10}\cdot\frac{6}{9} + \frac{7}{10}\cdot\frac{3}{9}\cdot\frac{6}{8}$$

$$+ \frac{3}{10}\cdot\frac{7}{9}\cdot\frac{6}{8}$$

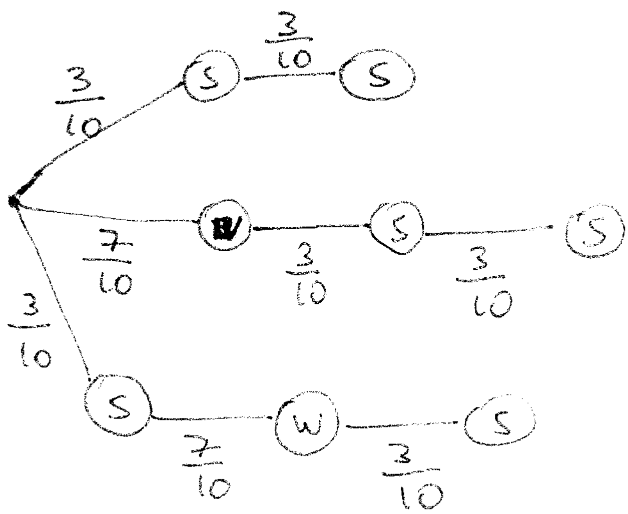
$$= \frac{49}{60} \approx 0{,}817$$

Die Strategie ohne Zurücklegen ist günstiger.

b) Wenn mehr schwarze Kugeln in der Urne sind, so ist ein Ziehen <u>ohne Zurücklegen</u> günstiger (siehe a)).

Wenn man mehr weiße Kugeln in der Urne hat, dan das Ziehen <u>mit Zurücklegen</u> ist günstiger.

<u>Beispiel</u>: 3 schwarze, 7 weiße <u>mit zurücklegen</u>



$$P(A) = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} + \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} + \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{10}$$

$$= \frac{9}{100} + \frac{9}{100} \cdot \frac{14}{10} = \frac{9}{100} \cdot \frac{24}{10} = \frac{27}{125} = 0{,}216$$

<u>ohne zurücklegen</u>:

$$P(A) = \frac{132}{720} \approx 0{,}1833$$

So kann man weiteren Experimente führen.

4.

a) A:= alle 3 Würfe verschiedene Zahlen zeigen

$\Rightarrow P(A) = 1 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{9}$

c) <u>für $n = 4$</u>

B:= Ereignis, das bei 4-maligen Würfeln alle Würfe unterschiedliche Zahlen zeigen,

$P(B) = 1 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{5}{18}$

<u>für $n = 5$</u>

$P(C) = 1 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{5}{54}$

wobei C:= bei 5-maligen Würfeln alle Würfe verschiedene Zahlen zeigen

<u>für $n = 6$</u>

$P(D) = 1 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{324}$

wobei D:= bei 6-maligen Würfeln alle Würfe unterschiedliche Zahlen zeigen.

<u>für $n > 6$</u>: $P(E) = 0$, weil bei $n > 6$ Würfeln wird eine der Zahlen wiederholt.

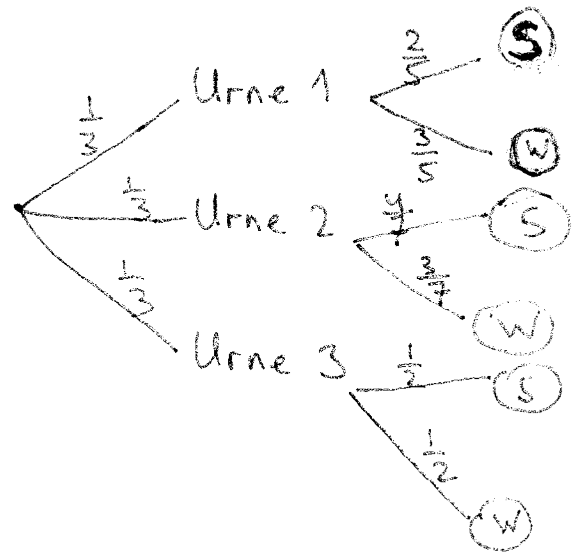
6. S – schwarze Kugel, W – weiße Kugel.

a) A := Ziehen einer Weißen Kugel

Die Auswahl der Urne ist nicht wichtig, daher

$P(A) = \frac{1}{2}$ (da wir ~~haben~~ 3 schwarze und 3 Weiße Kugeln in eine Urne haben)

b) Möglichkeit 1 1 schwarze Kugel in eine andere Urne legen, o.B.d.A. 1 schwarze Kugel aus 1 Urne in zweite Urne.



$$P(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{6} = \frac{107}{210}$$

$$\approx 0{,}5095$$

Klar, diese W' ist größer als die W' in a).

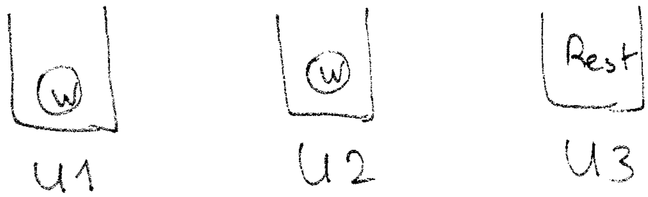
Möglichkeit 2: 1 Weiße Kugel in eine andere Urne gelegt.

Analog zu Möglichkeit 1,

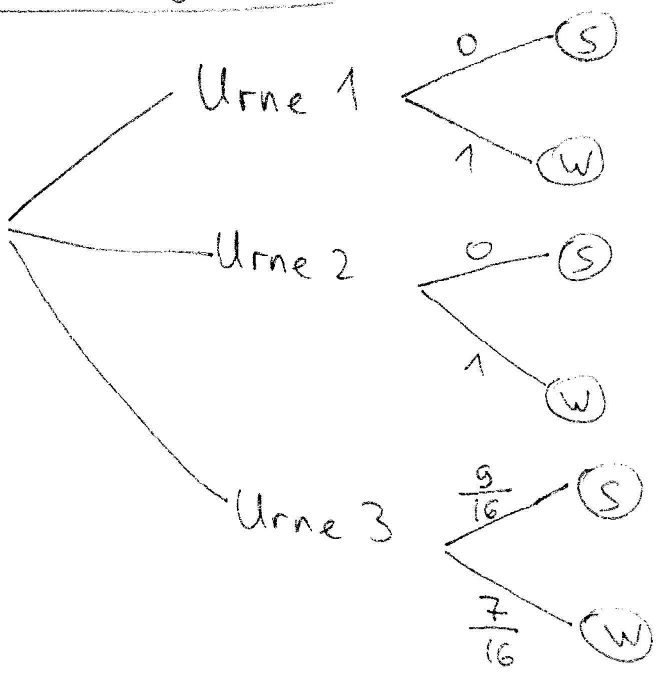
$P(A) = \frac{103}{210} \approx 0{,}49$, also kleiner als die W' in a).

c) aus der Aufgabe 6b) ⇒ es ist günstiger die schwarzen Kugeln in eine andere Urne zu legen.

Daher, die günstigste Kugelverteilung ist



Baumdiagramm:



$$P(A) = \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{16} = \frac{13}{16} \approx 0{,}8125$$