

8. Übung (Arbelos,) Grundlagen der Geometrie

Präsenzübungen für Do, 11.6.

1. Tangentenkonstruktion

- a. Gegeben ist ein Kreis k und ein Punkt P außerhalb des Kreises. Konstruieren Sie die Tangenten, die durch P verlaufen und k berühren.

Hinweis: Im Berührungspunkt sind Radius und Kreistangente senkrecht zueinander. Und denken Sie an den Satz von Thales.

- b. Gegeben sind zwei Kreise k_1 und k_2 , die sich nicht überlappen.

- i. Machen Sie sich klar, dass es zu diesen Kreisen vier gemeinsame Tangenten gibt.

- ii. Konstruieren Sie wenigstens eine der vier Tangenten.

Hinweis: Angenommen, k_2 ist kleiner als k_1 , also $r_2 < r_1$. Nun schrumpft man den kleineren Kreis auf seinen Mittelpunkt und den größeren Kreis auf den Hilfskreis mit dem Radius $r_1 - r_2$. Dann macht man mit Aufgabe a. weiter.

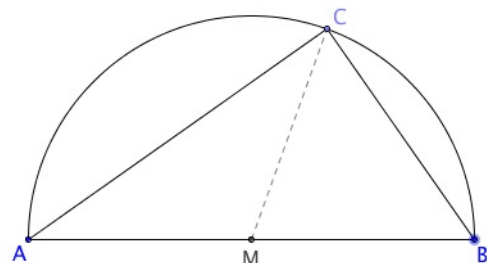
Hausübungen (Abgabe: Do, 18.6.)

2. Satz des Thales

Beweisen Sie den Satz des Thales, d.h. beweisen Sie, dass in der nebenstehenden Figur der Winkel $\sphericalangle ACB$ 90° groß ist.

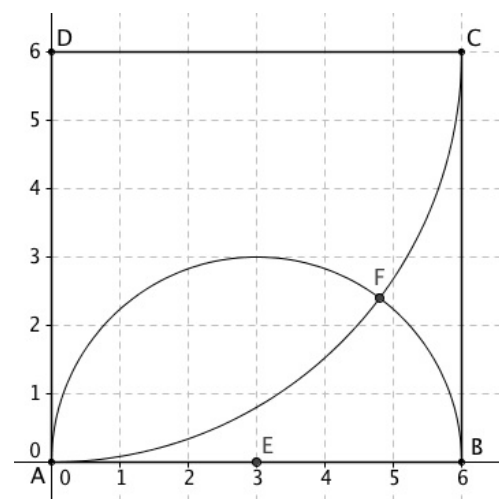
Hinweis: Man zeichnet die Hilfslinie \overline{MC} .

Verwenden Sie nun, dass in gleichschenkligen Dreiecken die Basiswinkel gleich groß sind.



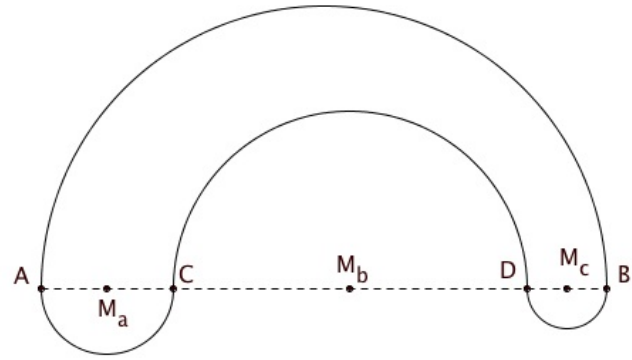
3. Gegeben ist das Quadrat ABCD mit $A(0;0)$, $B(6;0)$, $C(6;6)$ und $D(0;6)$. E ist der Mittelpunkt von \overline{AB} . Um D wird ein (Viertel-)Kreis mit dem Radius $|AD|$ geschlagen und um E ein Kreis mit dem Radius $|EB|$. Beide Kreise schneiden sich außer in A auch noch in F. Berechnen Sie die Koordinaten von F.

Hinweis: Nennen Sie $F(u;v)$, zeichnen Sie die Koordinaten u und v ein und stellen Sie für beide zwei Gleichungen auf mit dem Satz von Pythagoras.



4. Flächenberechnung (loukániko (grch.) Wurst)

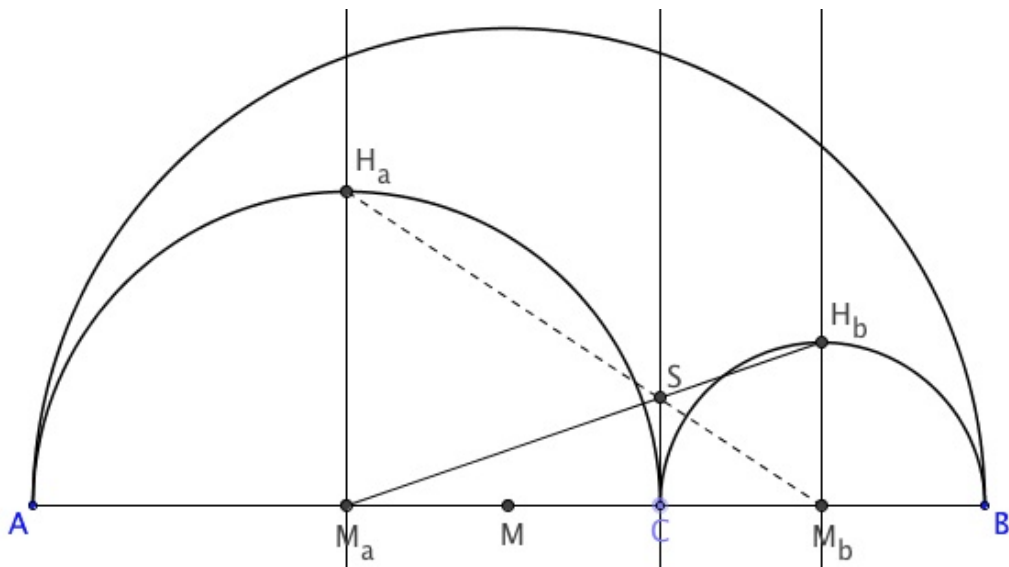
Auf der Strecke \overline{AB} werden die Teilungspunkte C und D gezeichnet. Der Mittelpunkt von \overline{AC} ist M_a und über \overline{AC} wird der Halbkreis nach unten gezeichnet. Der Radius dieses Halbkreises ist a . Der Mittelpunkt von \overline{CD} ist M_b und über \overline{CD} wird der Halbkreis nach oben gezeichnet. Der Radius dieses Halbkreises ist b . Der Mittelpunkt



von \overline{DB} ist M_c und über \overline{DB} wird der Halbkreis nach unten gezeichnet. Der Radius dieses Halbkreises ist c . Der Mittelpunkt von \overline{AB} ist M und über \overline{AB} wird der Halbkreis nach oben gezeichnet. (Achtung! M muss nicht mit M_b übereinstimmen.) Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses so begrenzten Flächenstücks in Abhängigkeit der drei Radien a , b und c .

5. Im Arbelos wird durch M_a eine Senkrechte zu \overline{AB} gezeichnet. Sie schneidet den Kreis um M_a in H_a . Ebenso wird durch M_b eine Senkrechte zu \overline{AB} gezeichnet. Sie schneidet den Kreis um M_b in H_b . Die Strecke $\overline{M_a H_b}$ schneidet die Senkrechte zu \overline{AB} durch C in S . Beweisen Sie, dass H_a , S und M_b auf einer Geraden liegen.

Hinweis: Nennen Sie den Schnittpunkt von $\overline{H_a M_b}$ mit der Senkrechten durch C zunächst S' und berechnen Sie $|CS|$ und $|CS'|$. Argumentieren Sie dann für die eigentliche Aufgabenstellung.



6. Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, es auszuprobieren.

Das rechte Bild ist die Kombination der farbigen Fläche vor und im Spiegel. Wo muss im linken Bild der Spiegel stehen (Strich einzeichnen) und von welcher Seite muss man in den Spiegel schauen (Pfeil einzeichnen)?

Halten Sie Ausschau nach mehreren Lösungen.

a.

Aus



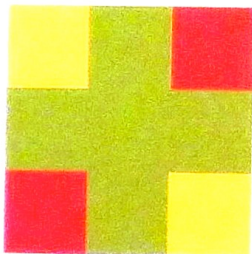
mache mit dem Spiegel



kleine Raute

b.

Aus



mache mit dem Spiegel

