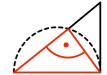


Mathematisches Denken und Lehren 2

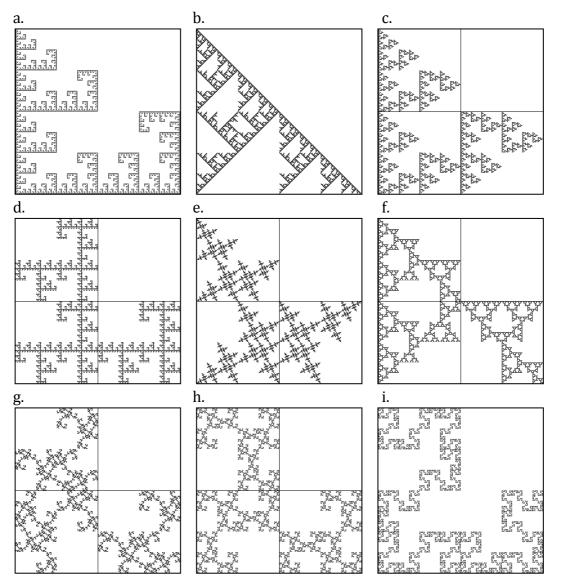


6. Übung Dimension, Selbstähnlichkeit, Fraktale

Präsenzübungen für Do, 28.5.

1. Analysieren Sie die abgebildeten Fraktale. Jedes ist so entstanden, dass die Gesamtfigur drei Mal mit $s=\frac{1}{2}$ verkleinert wird. Dann werden die drei Kopien in den Quadratrahmen gelegt: oben links, unten links, unten rechts. Das Quadrat oben rechts bleibt immer frei. Vor dem Ablegen der drei Kopien werden diese jeweils mit einer der acht Abbildungen verändert: Drehung um 0°, 90°, 180° oder 270° oder Spiegelung an einer Achse (siehe rechts)

Bestimmen Sie in jedem Fraktal die verwendeten Abbildungen.



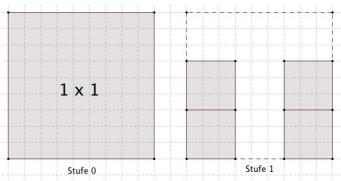
Berechnen Sie für ein Fraktal die Selbstähnlichkeitsdimension und begründen Sie, dass sie für alle abgebildeten Fraktale gleich ist.

Hausübungen (Abgabe: Do, 4.6.)

2. Berechnen Sie den periodischen Kettenbruch.

$$x=4+\frac{1}{2+\frac{1}{4+\frac{1}{2+\cdots}}}$$

- 3. Die Abbildung rechts zeigt ein Quadrat als Initiator (Stufe 0) 2+ · · und daneben den Generator (Stufe 1). Der Generator besteht aus **vier** verkleinerten Kopien des Initiators.
 - a. Auf dem anhängenden Arbeitsblatt finden Sie zusätzlich noch die "Montagerahmen" für die Stufe 2 und 3. Zeichnen Sie diese Stufen.
 - b. Das Quadrat kann man zweidimensional als Fläche, eindimensional als Umfang oder nulldimensional als die



vier Eckpunkte auffassen. Übertragen Sie die Tabelle auf Ihr Arbeitsblatt und füllen Sie sie aus. Überlappende Objekte (Kanten, Punkte) sollen dabei **nicht doppelt** gezählt werden.

	Anzahl	Fläche	Gesamt-	Anzahl	Länge	Gesamt-	Anzahl
	der	eines	fläche	der	einer	länge	der
	Quadrate	Quadrats		Kanten	Kante		Punkte
Stufe 0							
Stufe 1							
Stufe 2							
Stufe 3							
Stufe 4							
Stufe n							
Grenzwert							
$n \rightarrow \infty$							

4. Selbstähnliche Zahlenmengen

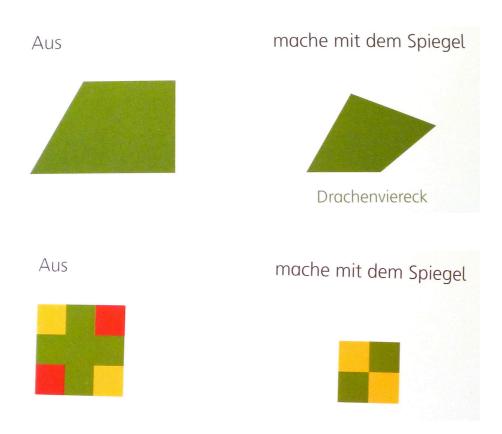
Untersuchen Sie, ob folgende Zahlenmengen selbstähnlich sind bezüglich der Skalierung "Multiplikation mit einem Faktor (\neq 1)". Wenn sie selbstähnlich ist, geben Sie einen Faktor an. Wenn sie nicht selbstähnlich ist, begründen Sie, dass man prinzipiell keinen Faktor finden kann.

a.
$$\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \dots\right\}$$

- b. Die Menge der Zweierpotenzen
- c. Die Menge der Primzahlen
- d. Die Menge aller Dezimalzahlen aus [0;1], die nur die Ziffern 0 und 3 enthalten.
- e. Die Menge der Quadratzahlen.
- f. Die Menge aller natürlichen Zahlen, die 2 als Zehnerziffer haben.

5. Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, es auszuprobieren. Das rechte Bild ist die Kombination der farbigen Fläche vor und im Spiegel. Wo muss im linken Bild der Spiegel stehen (Strich einzeichnen) und von welcher Seite muss man in den Spiegel schauen (Pfeil einzeichnen)? Halten Sie Ausschau nach mehreren Lösungen.



Arbeitsblatt für Aufgabe 3

