

4. Übung

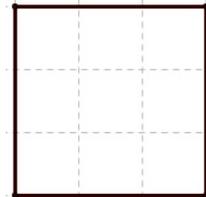
Dimension, Symmetrie, Selbstähnlichkeit

Präsenzübungen für Do, 7.5.

1. Quadrat einteilen

Ein Quadrat mit einer kräftigen, schwarzen Umrandung wird mit der Schere in jeder Richtung gedrittelt (siehe rechts gestrichelte Linien)

- Wie viele der Teilquadrate haben dann zwei, eine oder keine Kante der schwarzen Anfangsumrandung?
- Analog wird ein zweites Quadrat in vier Teile in jeder Richtung zerteilt. Beantworten Sie nun die Fragen in a.
- Machen Sie weitere Beispiele und entwickeln Sie so Formeln für den allgemeinen Fall einer Teilung in n Teile in jeder Richtung.

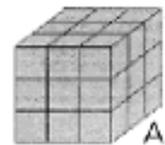


2. Berechnen Sie aus den gegebenen Gleichungen x .

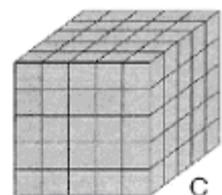
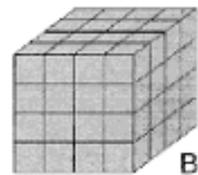
- $8 = 3^x$
- $20 = 3 \cdot 4^x$
- $47 = 5^x - 6$
- $47 = 5^{x-6}$

Hausübungen (Abgabe: Do, 21.5.)

3. Ein Holzwürfel wird außen vollkommen mit roter Farbe angestrichen. Danach wird er mit einer Säge in jeder Richtung gedrittelt (siehe Abb. A)



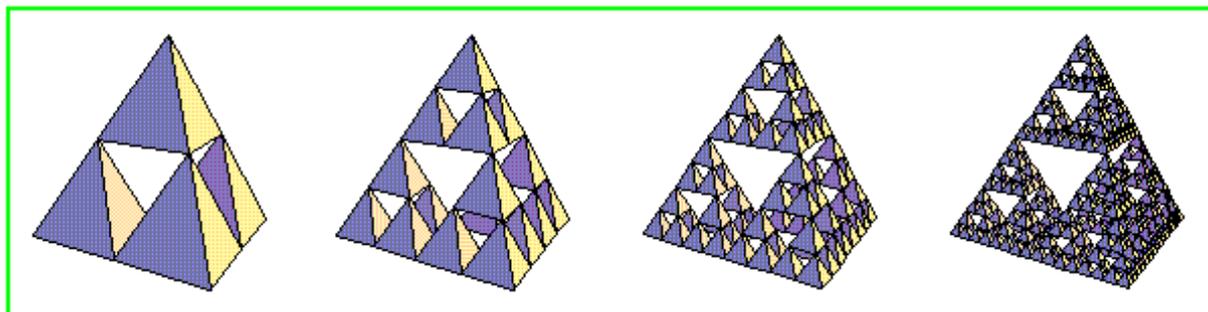
- Wie viele kleine Würfel hat man nach dem Zersägen?
- Wie viele kleine Würfel haben dann 3, 2, 1 oder gar keine farbige Fläche?
- Nun zersägt man zwei weitere angestrichene Würfel in jeder Richtung in 4 (Abb. B) bzw. 5 (Abb. C) Teile. Beantworten Sie die Fragen a. und b. analog.
- Entwickeln Sie Formeln für den Fall, dass man den Würfel in n Teile in jeder Richtung zersägt. Machen Sie zu den Formeln die Additionsprobe. *(Hinweis auf der nächsten Seite)*



Legen Sie dazu zweckmäßiger Weise eine Tabelle an der Form

		Würfel A	Würfel B	Würfel C	Würfel N
	zerteilt in	3	4	5	n
Anzahl der Teilwürfel	alle				
	mit drei roten Fl.				
	mit zwei roten Fl.				
	mit einer roten Fl.				
	mit keiner roten Fl.				

4. Sierpinski-Tetraeder



Stufe 1

Stufe 2

Stufe 3

Stufe 4

Beim Sierpinski-Tetraeder geht man folgendermaßen vor:

Bei einem regelmäßigen Tetraeder werden die Kantenmittelpunkte markiert und der so gebildete, regelmäßige Innenkörper (ein Oktaeder!) herausgeschnitten. An jeder Ecke des Ausgangstetraeders (Stufe 0, nicht abgebildet) verbleibt ein kleinerer Tetraeder. Man erhält die Stufe 1 des Sierpinski-Tetraeders (im Bild der ganz linke Körper).

Zum Messen definieren wir das Volumen der Stufe 0 zu 1, die Fläche eines Seitendreiecks der Stufe 0 zu 1 und die Länge einer Kante der Stufe 0 zu 1.

- Geben Sie das Volumen, die gesamte Oberfläche und die Längen aller Kanten zusammen an für die Stufe 0 und die Stufe 1.
- Stufe 2 erhält man nun, indem man jeden der vier kleinen Tetraeder der Stufe 1 dem gleichen Prozess unterzieht, der von Stufe 0 zu Stufe 1 führt. Berechnen Sie für die Stufe 2 ebenfalls das Volumen, die gesamte Oberfläche und die Längensumme aller Kanten. (Füllen Sie die Ergebnisse in die Tabelle)
- Ermitteln Sie die Werte für die Stufe 3 und 4.
- Geben Sie die Werte formelmäßig an für die allgemeine Stufe n .

Legen Sie folgende Tabelle an:

Stufe	Anzahl d. Tetraed.	Volumen eines T.	Gesamt-volumen	Fläche e. Dreiecks	Gesamt-fläche	Länge e. Kante	Gesamt-länge
0							
1							
2							
3							
4							
n							

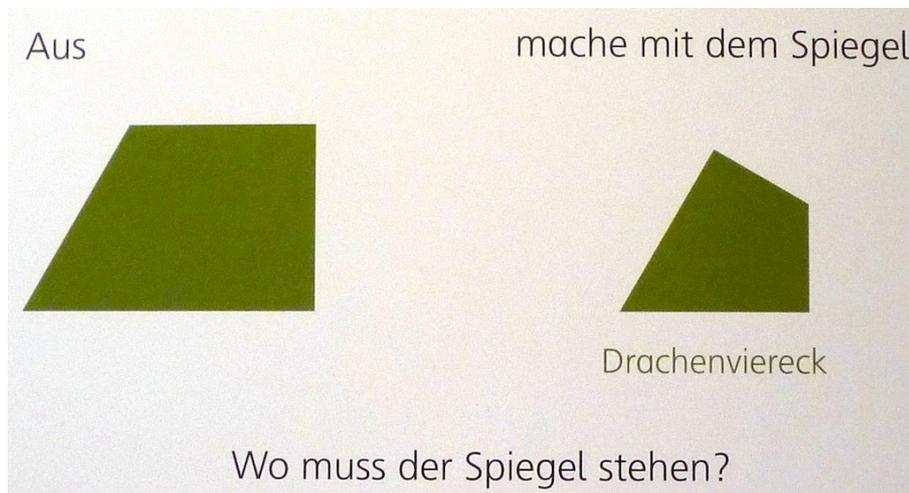
(Aufgabe 5 auf der nächsten Seite)

5. Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, es auszuprobieren.

Das rechte Bild ist die Kombination der farbigen Fläche vor und im Spiegel. Wo muss der Spiegel stehen (Strich einzeichnen) und von welcher Seite muss man in den Spiegel schauen (Pfeil einzeichnen)?

a.



b. Beachten Sie die Farben.

