Dr. Reimund Albers Sommersemester 2015

Mathematisches Denken und Lehren 2

3. Übung
Dimension, Symmetrie, Selbstähnlichkeit

Präsenzübungen für Do, 30.4.

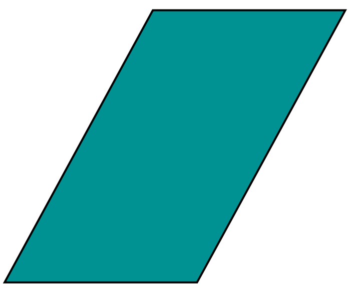
1. Machen Sie sich an konkreten Beispielen für *m* und *n* die nachfolgenden Potenzgesetze klar.

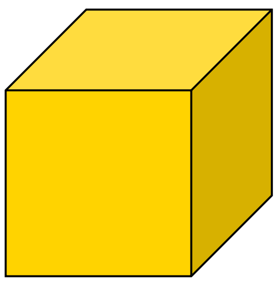
   a. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ b. Für $n > m$ gilt: $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ c. Für $n < m$ gilt: $\frac{a^n}{a^m} = \frac{1}{a^{m-n}}$

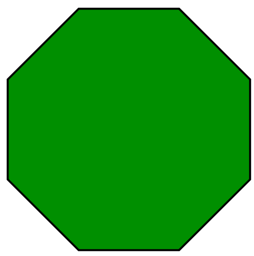
2. Selbstähnlichkeit
   zur Wiederholung und Festigung hier die Definitionen:
   Eine Figur (Punktmenge) ist <u>exakt selbstähnlich</u>, wenn sich die Gesamtfigur durch verkleinerte, untereinander kongruenten Kopien von sich selbst zusammensetzen lässt.
   Eine Figur (Punktmenge) ist <u>selbstähnlich</u>, wenn ein passend gewählter Teil passend vergrößert zur Figur kongruent ist.
   Eine Figur (Punktmenge) ist <u>statistisch selbstähnlich</u>, wenn man in der Figur Teile sieht, die rein visuell so ähnlich aussehen wie die Ausgangsfigur. (Das ist keine Eigenschaft, die exakt mathematisch formuliert werden kann.)
   a. Machen Sie sich an der Kreisfläche klar, dass diese selbstähnlich, aber nicht exakt selbstähnlich ist.
   b. Machen Sie sich an der Kreislinie klar, dass diese weder selbstähnlich noch exakt selbstähnlich ist.

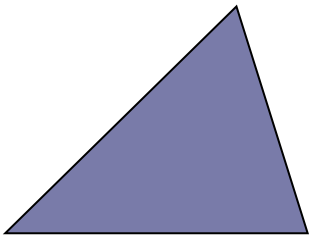
Hausübungen (Abgabe: Do, 7.5.)

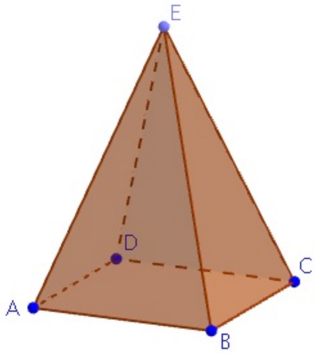
3. Selbstähnliche Figuren
   Welche der nachfolgenden Figuren *(siehe auch nächste Seite)* sind exakt selbstähnlich?
   Wenn eine Figur exakt selbstähnlich ist, so geben Sie einen Skalierungsfaktor *s* an und die zugehörige Anzahl *n* von Teilen.
   Wenn eine Figur nicht exakt selbstähnlich ist, so geben Sie eine kurze Erläuterung, warum eine Zerlegung nicht möglich ist.
   (*Bei b. und e. sind die dreidimensionalen Körper gemeint.*)

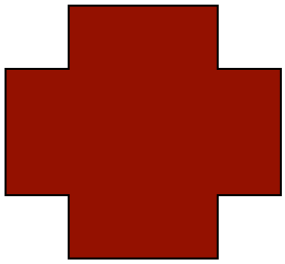
a. 

b. 

c. 

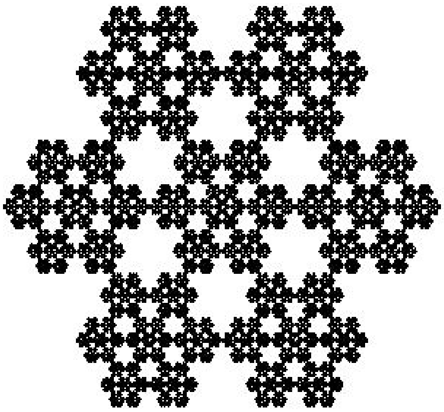
d. 

e. 

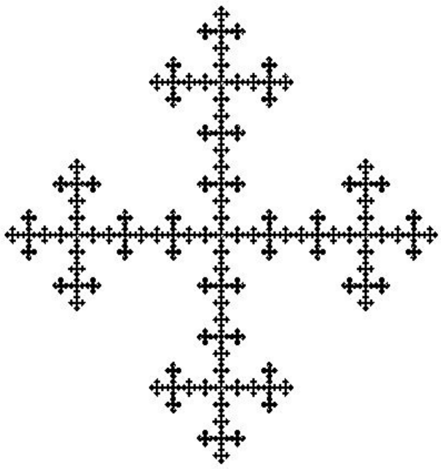
f. 

4. Selbstähnlichkeit
Die hier abgebildeten Fraktale sind exakt selbstähnlich.
Bestimmen Sie für jede Figur den größten Verkleinerungsfaktor *s* , der zu einem Teil führt, und die Anzahl *n* der Teile.

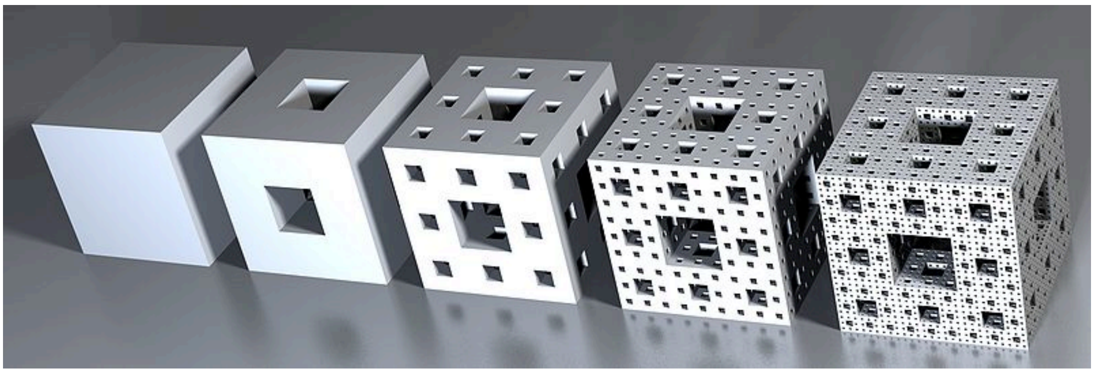
a.



b.



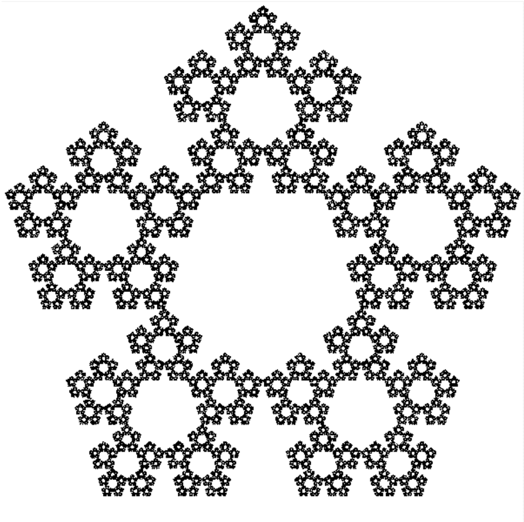
c.



Der Mengerschwamm als Grenzfigur

(noch eine Figur auf der nächsten Seite)

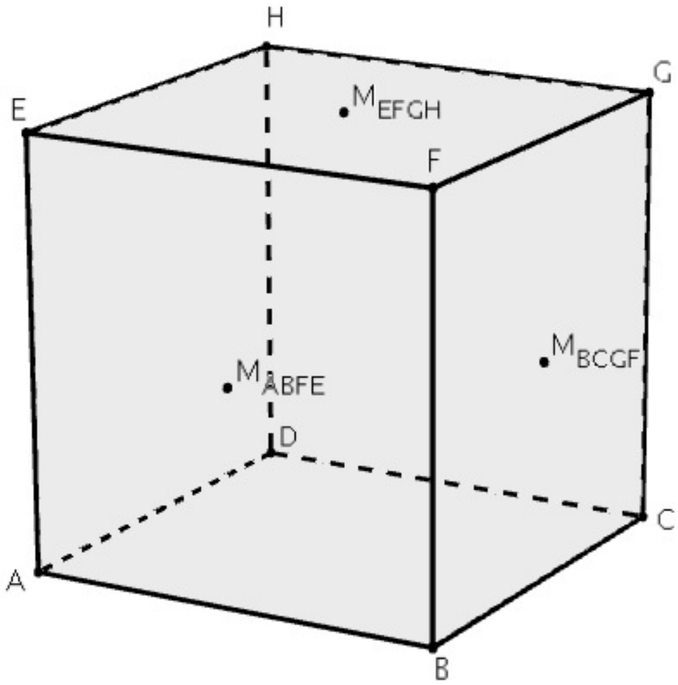
d.



Diese Aufgabe ist schwer. Hier müssen Sie Ihr Wissen über das regelmäßige Fünfeck und den goldenen Schnitt reaktivieren. $a = \varphi d \quad \varphi = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

Hier reicht es aus, nur ein *s* und das dazugehörige *n* zu bestimmen.

5. Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen
   Symmetrie
   a. Auf dem beigefügten Arbeitsblatt finden Sie verschiedene Figuren. Zeichnen Sie <u>alle</u> Symmetrieachsen ein. Zeichnen Sie auch das Zentrum für eine Drehsymmetrie ein und geben Sie den minimalen Drehwinkel für die Drehsymmetrie an.
   (*Es ist möglich, dass eine Figur keinerlei Symmetrie aufweist.*)
   b. Ein Würfel ist drehsymmetrisch. Die Drehung geschieht um Drehachsen. Geben Sie zum abgebildeten Würfel alle Achsen an und den zugehörigen, minimalen Drehwinkel.
   (*Die Mittelpunkte der Seitenflächen sind z.T. schon markiert, Sie brauchen weitere, die Sie dann in der angegebenen Systematik bezeichnen.*)



Arbeitsblatt zu Aufgabe 5a