

## 2. Übung

### Dimension, Logarithmus

Präsenzübungen für Do, 23.4.

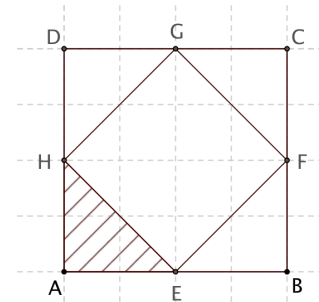
- 300 Bleikugeln mit dem Durchmesser von 3 mm werden eingeschmolzen. Daraus werden neue Bleikugeln von 1 mm Durchmesser gegossen. Wie viele neue Bleikugeln erhält man?  
*Gehen Sie die Aufgabe über den Skalierungsfaktor  $s = \frac{1}{3}$  an. Wie wirkt sich dieser auf das Volumen aus?*
- Lösen Sie die Exponentialgleichung  $6^x = 18$ 
  - Durch systematisches Probieren mit dem Taschenrechner (eine Stelle hinter dem Komma).
  - Durch Logarithmieren der Gleichung.
- $9^{1.5} = 27$  Erläutern Sie diese Rechnung. Mit welchen Überlegungen kann man das auch ohne Taschenrechner ausrechnen?

Hausübungen (Abgabe: Do 30.4.)

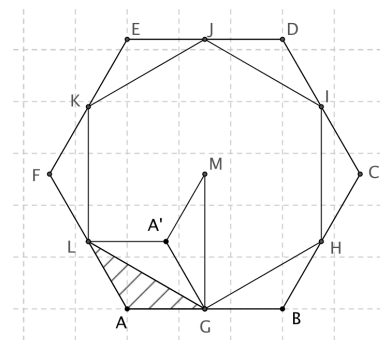
- (Diese Aufgabe ist eine Vorübung zu Aufgabe 5)*

In einem Quadrat ABCD werden die Mittelpunkte E, F, G und H der Seiten verbunden. Man erhält so das „Mittenquadrat“. Durch die Konstruktion ergibt sich das Dreieck AEH (schraffiert), mit dem man die Fläche des Quadrats ABCD vollständig parkettieren kann.

  - Ermitteln Sie so das Flächenverhältnis des kleinen Quadrats EFGH zum großen Quadrat ABCD.
  - Mit welchem Faktor  $s$  ist das Quadrat EFGH zum Quadrat ABCD skaliert?



- In einem Sechseck ABCDEF werden die Mittelpunkte G, H, I, J, K und L der Seiten verbunden. Man erhält so das „Mittensechseck“. Durch die Konstruktion ergibt sich das Dreieck AGL (schraffiert), mit dem man die Fläche des Sechsecks ABCDEF vollständig parkettieren kann. Das ist mit den Dreiecken GA'L und GMA' bereits begonnen.



- Ermitteln Sie so das Flächenverhältnis des kleinen Sechsecks GHIJKL zum großen Sechseck ABCDEF.
- Mit welchem Faktor  $s$  ist das Sechseck GHIJKL zum Sechseck ABCDEF skaliert?

6. Ein Arzt misst auf einer Röntgenaufnahme den Durchmesser eines Tumors. Auf Grund von Unschärfen im Rand fällt die Messung um 25% zu groß aus. (Z.B. misst er statt 1,2 cm einen Durchmesser von 1,5 cm)
- Wie groß ist der Skalierungsfaktor  $s$  vom korrekten Tumor zum falsch gemessenen Tumor?
  - Wie groß ist der Fehler, der sich für das Volumen des Tumors aus diesem Messfehler ergibt?
  - Wie groß ist der Volumenmessfehler, wenn der Durchmesser des Tumors um 25% zu klein gemessen wird?
- (Da die meisten Ärzte ihre Mathematikausbildung nicht leiden können, da man angeblich nur Kram für die Klausur lernt, den man in der Praxis nie braucht, ist dieses Problem den Ärzten größtenteils nicht bewusst.)*

7. In den nachfolgenden Potenzgleichungen können Sie  $x$  im Kopf (durch passende Überlegungen) ermitteln, es ist jeweils eine „glatte“ Zahl. Geben Sie jeweils eine kurze Begründung/Erläuterung.

Denken Sie dabei auch an die Potenzregeln  $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$  und  $a^{-1} = \frac{1}{a}$ .

a.  $3^x = 243$     b.  $2^x = 32$     c.  $9^x = 3$     d.  $5^x = 0,2$     e.  $16^x = \frac{1}{4}$

8. *Ein Hammer ist keine Kneifzange ist kein Schraubendreher (Wählen Sie jeweils den richtigen Umformungsschritt)*  
 Lösen Sie die nachfolgenden Gleichungen nach  $x$  auf. Achtung: Es ergeben sich nur selten „glatte“ Zahlen.

a.  $x + 35 = 142$     b.  $23x = 44$     c.  $\frac{3}{x} = 73$     d.  $4^x = 11$     e.  $\sqrt{x} = 26$     f.  $x^3 = 107$

9. **Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen**

*Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, es auszuprobieren.*

Das Bild zeigt fünf kleine, kongruente Pyramiden mit quadratischer Grundfläche, die zu einer großen Pyramide zusammengestellt sind. *(Die unterschiedlichen Grautöne haben keine tiefere Bedeutung)* Offensichtlich

füllen die fünf kleinen Pyramiden die große nicht komplett aus, im Kern ist noch eine Lücke.

Nun könnte man vermuten, dass man eine weitere, kleine Pyramide auf die Spitze gestellt in diese Lücke setzen kann, um die Lücke vollständig auszufüllen.

Begründen Sie, dass das nicht richtig ist.

*(Denken Sie an Skalierungen, schließlich sind die kleinen Pyramiden verkleinerte Kopien der großen, lückenlosen Pyramide.)*

