

1. Übung

Dimension: Streckungen, Einheiten, Umrechnungen

Präsenzübungen (für Do, 16.4.)

1. Zentrische Streckung

Die zentrische Streckung ist eine Abbildung aller Punkte der Ebene. Dazu wird ein Punkt Z als Zentrum vorgegeben und ein Streckfaktor $k > 0$. Zu einem Punkt $P \neq Z$ wird der Bildpunkt P' definiert durch:

- i. P' liegt auf dem Strahl von Z nach P .
 - ii. $|ZP'| = k \cdot |ZP|$.
- a. Auf dem Arbeitsblatt sind ein Dreieck ABC und ein Punkt Z dargestellt. Strecken Sie ABC am Zentrum Z mit dem Faktor $k_1 = 1,5$ auf das Dreieck $A'B'C'$.
 - b. Messen Sie die Längen von AC und $A'C'$ und vergleichen Sie sie miteinander.
 - c. Strecken Sie das Rechteck $DEFG$ an Z mit dem Faktor $k_2 = 0,7$. Vergleichen Sie die Länge und Breite des Ausgangsrechtecks mit der des Bildrechtecks.
 - d. Berechnen Sie für das Ausgangsrechteck und das Bildrechteck den Flächeninhalt und vergleichen Sie in miteinander. Welcher Verkleinerungsfaktor gilt für den Flächeninhalt und wie hängt er mit dem Streckfaktor $k_2 = 0,7$ zusammen?
 - e. Eine Abbildung heißt längentreu, wenn bei der Abbildung jede Ausgangsstrecke und die zugehörige Bildstrecke gleich lang sind, und winkeltreu, wenn jeder Ausgangswinkel und der zugehörige Bildwinkel gleich groß sind. Welche dieser beiden Eigenschaften gilt für die zentrische Streckung?

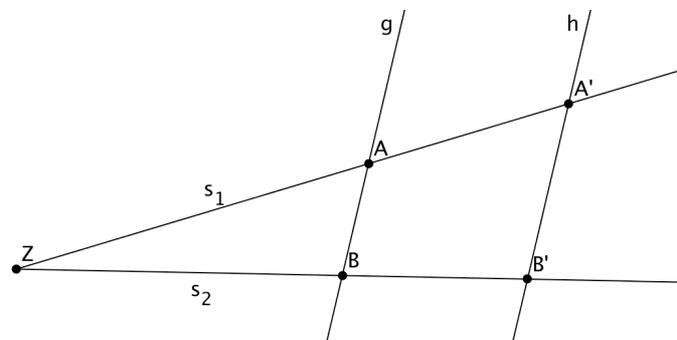
2. Zentrische Streckung im Raum

Analog kann man eine zentrische Streckung an einem Streckzentrum Z mit einem Streckfaktor k im Raum definieren. Strecken Sie in Gedanken einen Würfel mit der Kantenlänge $a = 2$ cm an einem beliebigen Zentrum mit dem Faktor $k = 3$. Wie lang sind die Kanten des Bildwürfels? Um welchen Faktor hat sich das Volumen verändert?

3. Strahlensätze

Die typische Strahlensatzfigur besteht aus zwei Strahlen, die von einem Zentrum Z ausgehen und die von zwei parallelen Geraden g und h geschnitten werden.

- a. Schreiben Sie in der vorliegenden Notation den 1. und 2. Strahlensatz auf.
- b. Wenden Sie die Strahlensätze auf die Abbildung des Dreiecks ABC und des Rechtecks $DEFG$ in der Aufgabe 1 an. Beweisen Sie auf der Basis der Strahlensätze, dass bei einer zentrischen Streckung die Länge der Bildstrecke immer k mal die Länge der Ausgangsstrecke ist.



Hausübungen (Abgabe: Do, 23.4.)

4. Umrechnen von Einheiten

In den USA gibt man den Verbrauch eines Autos in „miles per gallon (mpg)“ an, also wie viele Meilen man mit einer Gallone Treibstoff fahren kann. In Europa kennen wir uns besser aus mit der Angabe von „Litern auf 100 km“.

Ford feiert seinen neuen Pick-up als Wunder-Eco-car bei 22mpg. Welcher Verbrauch in Litern

pro 100km wird hier gefeiert?

Besorgen Sie sich die notwendigen Größen aus dem Internet und

machen Sie den Rechenweg durchsichtig. (Natürlich können Sie auch einen der vielen Umrechner im Internet verwenden, um Ihr Ergebnis zu überprüfen.)



Perhaps no gas-mileage ratings have been as eagerly awaited this fall as those for the all-new 2015 Ford F-150 pickup.

The redesigned full-size truck with an aluminum body and pickup bed was expected to get better gas-mileage numbers than earlier F-150s.

And it has, with a top rating of 22 mpg combined (19 mpg city, 26 mpg highway) for the most fuel-efficient model, a rear-wheel-drive model with the new 2.7-liter EcoBoost V-6 engine.

5. Ein Würfel hat eine Kantenlänge von $a = 4$ cm.

a. Berechnen Sie seine Oberfläche und sein Volumen.

Wir definieren die „Außenhaut“ als die $d = 1$ mm dicke äußere Schicht des Würfels.

b. Berechnen Sie das Volumen der Außenhaut des Würfels. Rechnen Sie dazu einfach Oberfläche $\cdot d$. Wieso ist das nur näherungsweise richtig? Wie müsste man exakt rechnen?

Wie viel Prozent des Gesamtvolumens ist es?

c. Betrachten Sie nun einen Würfel mit der Kantenlänge $a = 8$ cm. Berechnen Sie auch hier, wie viel Prozent des Gesamtvolumens die Außenhaut (weiterhin 1 mm dick) ausmacht.

d. Warum frieren kleine Kinder schneller als Erwachsene?

6. Das DIN A Format ist durch folgende Festlegungen definiert:

- Die Fläche eines DIN A 0 Blattes ist genau 1 m^2 .
- Alle Blätter sind zueinander ähnliche Rechtecke.
- Die Länge von DIN A n ist die Breite von DIN A $(n-1)$.

Die Breite von DIN A n ist die halbe Länge von DIN A $(n-1)$.

(Hilfe: Nennen Sie die Länge des A 0-Blattes a_0 und die Breite b_0 , die eines A 1 Blattes a_1 und b_1 , u.s.w.)

a. Leiten Sie her, dass beim DIN A – Format die lange Seite immer das $\sqrt{2}$ -Fache der kurzen Seite ist.

b. Berechnen Sie auf der Basis dieser Festlegungen die Länge und Breite eines DIN A 0 Blattes.

c. Berechnen Sie die Länge und Breite eines DIN A 4 Blattes und überprüfen Sie diese theoretischen Maße mit den praktischen.

7. Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, es auszuprobieren.

Aus



mache mit dem Spiegel



große Raute

Wo muss der Spiegel stehen?

Aus



mache mit dem Spiegel



kleines gleichseitiges Dreieck

Wo muss der Spiegel stehen?

Zeichnen Sie mit einem Strich die Position des Spiegels auf der linken Figur ein und mit einem Pfeil, von welcher Seite man auf die Spiegelfläche sehen muss. Es gibt mehrere Lösungen, die Sie alle finden sollen.

Arbeitsblatt zur zentrischen Streckung

$\overset{Z}{\times}$

