

Der Flächeninhalt des Kreises von Archimedes

Hödensatz

$$|CD|^2 = |AC| \cdot |CB|$$

$$= 2a \cdot 2b$$

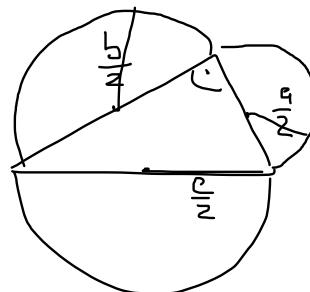
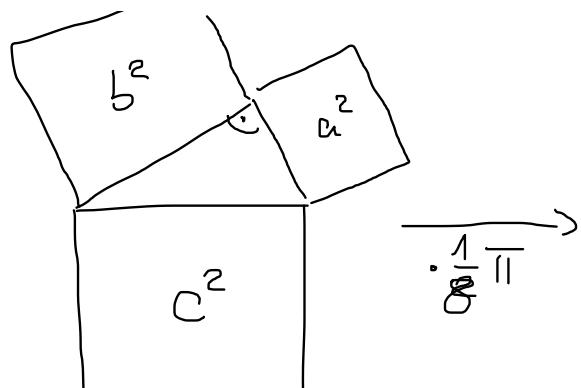
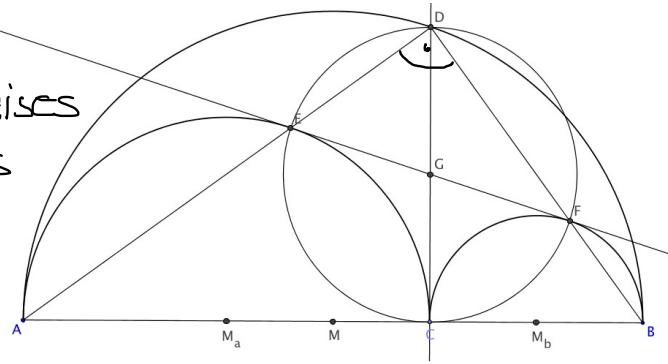
$$= 4ab$$

$$|CD| = \sqrt{4ab} = 2\sqrt{ab}$$

$$\text{Dann ist der Radius } r_A = \frac{1}{2} |CD| = \sqrt{ab}$$

$$\text{Flächeninhalt } A_A = \pi \cdot r_A^2 = \pi \cdot \sqrt{ab}^2 = \pi ab$$

Das ist so groß wie der Flächeninhalt des Arbelos.

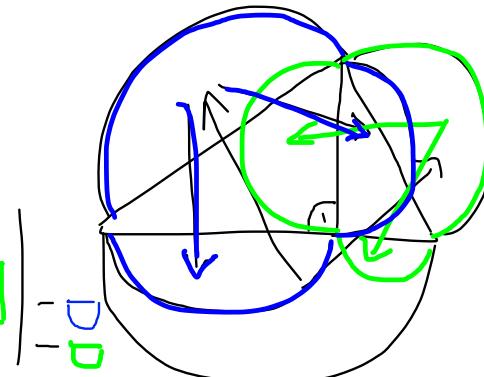
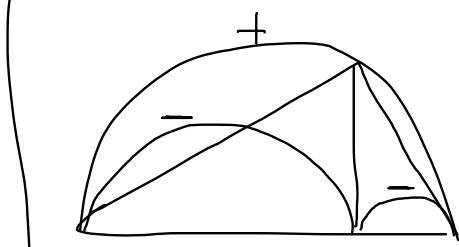


$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\frac{1}{8}\pi a^2 + \frac{1}{8}\pi b^2 = \frac{1}{8}\pi c^2$$

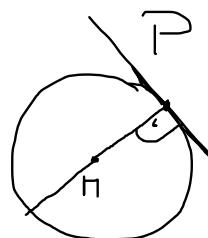
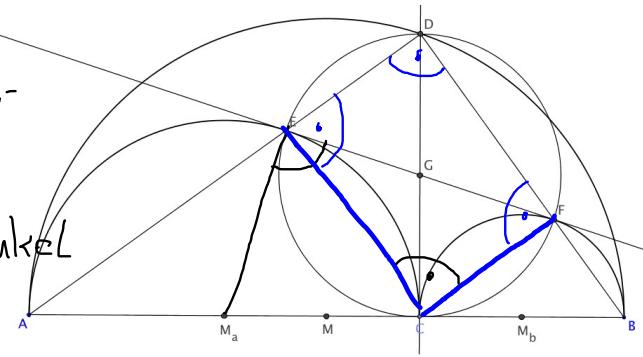
$$\frac{1}{2}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{c}{2}\right)^2$$

$$= D + \square$$



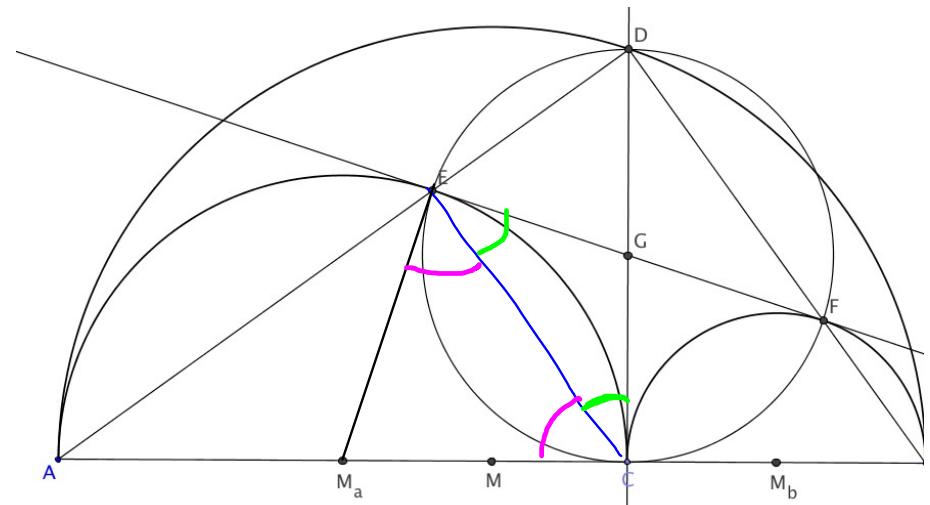
Das Vierck

$CFDE$ ist ein Rechteck, da nach dem Thalesatz bei E , F und D rechte Winkel sind.



Am Kreis stehen der Radius zum Berührpunkt und Tangente senkrecht zueinander

* Also ist $G = CD \cap EF$ der Mittelpunkt des Kreises von Archimedes



Das Dreieck ECG ist gleichschenklig mit $|CG| = |GE|$ (halbe Diagonalen Länge)
Also $\hat{GCE} = \hat{CEG}$

Das Dreieck M_aCE ist gleichschenklig mit $|M_aC| = |M_aE|$ (Radius um linken Halbkreis)
Also $\hat{ECA} = \hat{ACE}$

Scheitel C: $\hat{A} + \hat{E} = 90^\circ \sim$ Scheitel E $\hat{A} + \hat{E} = 90^\circ \square$