Der Drei-Spiegelungs-Satz

Die Spieglungen an den Achsen a, b und c wird verknüpft

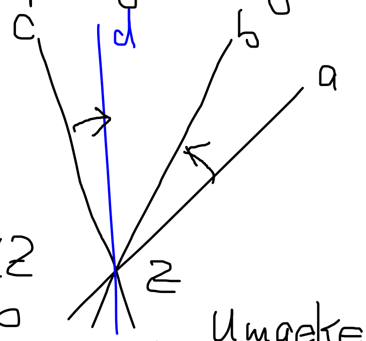
$$S_c \circ S_b \circ S_a$$

a) Die drei Achsen schneiden sich in einem Punkt Z

Die Spiegelungen an a, b und c ergeben eine einzige Spiegelung an einer Achse d

$$S_c \circ S_b \circ S_a = S_d$$

Dabei geht d durch den gemeinsamen Schnittpunkt Z und der Winkel von a zu b ist so groß wie der von c zu d.



Umgekehrte Richtung

$$S_c \circ S_b \circ S_a$$ a, b verdrehen auf a', b' so dass b' = c

$$= \underbrace{S_c \circ S_{b'}}_{id} \circ S_{a'}$$

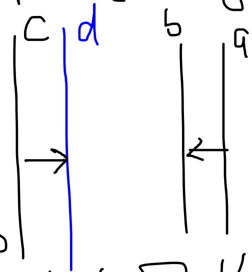
$$= S_{a'}$$

b) Alle drei Achsen sind parallel zueinander

Die Spiegelungen an den Achsen a, b und c ergeben eine Spiegelung an der Achse d

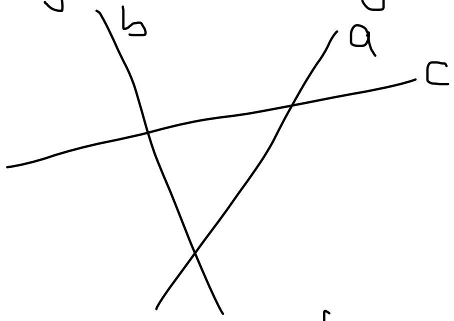
$$S_c \circ S_b \circ S_a = S_d$$

Dabei ist $d \parallel a, b, c$ und der Abstand von a zu b ist so groß wie der von c zu d.



Umgekehrte Richtung

c) Die drei Achsen liegen in allgemeiner Lage

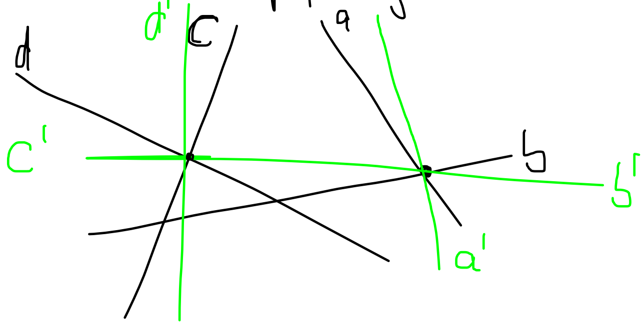


Die Verknüpfung von drei Spiegel. mit Achsen in allgemeiner Lage ergibt eine Schubspiegelung

$$S_c \circ S_b \circ S_a = S_d \circ V_{\vec{t}} \quad \text{mit } d \parallel \vec{t}$$

Die Achse d und der Vektor t sind durch a, b und c eindeutig konstruierbar.

Die Verknüpfung von vier Spiegelungen



$$S_d \circ S_c \circ S_b \circ S_a$$

$$= S_{d'} \circ \underbrace{S_{c'} \circ S_{b'}}_{id} \circ S_{a'}$$

$$= S_{d'} \circ S_{a'}$$

Im Allgemeinen eine Drehung
im Sonderfall eine Verschiebung

Reduktionssatz

Die Verknüpfung von n Achsenspiegel. kann man reduzieren auf

n gerade: 2 Achsenspiegelungen

n ungerade: Schubspiegelung
im Sonderfall eine Achsensp.