Die geometrische Reihe

Gegeben ist eine geometr. Zahlenfolge

$a_{n+1} = a_n \cdot q \qquad a_{n+1} = a_1 \cdot q^n$

$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots \dots a_n$

Anwendung: $0,33333\dots$

$\frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{3}{10.000} + \dots$

$\cdot\frac{1}{10} \qquad \frac{1}{10} \qquad q = \frac{1}{10}$

$0,9999\dots$ socrative

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \quad \cdot \quad + a_n$$
$$= a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 q^3 + \dots + a_1 \cdot q^{n-1}$$
$$\cdot q$$
$$q \cdot S_n = \qquad a_1 \cdot q + a_1 q^2 + a_1 q^3 \qquad + a_1 q^{n-1} + a_1 \cdot q^n$$

$$S_n - q S_n = a_1 \qquad - a_1 \cdot q^n$$

$$S_n(1-q) = a_1(1-q^n)$$

$q \neq 1$: $S_n = a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$

$q = 1$: $S_n = n a_1$

$q = 1 \quad a_1 \quad a_2 = a_1 \quad a_3 = a_1 \quad \cdot \quad \cdot \quad a_n = a_1$

$$S_n = a_1 + a_1 + a_1 + \dots + a_1 = n \cdot a_1$$

$a_1 = 2 \quad q = 3 \quad a_2 = 6 \quad a_3 = 18 \quad a_4 = 54 \quad a_5 = 162$

$$S_5 = 2 + 6 + 18 + 54 + 162 = 242$$

$$S_5 = 2 \cdot \frac{1-3^5}{\cancel{1-3}\,(-1)} = \frac{1-243}{-1} = 242$$

$q \neq 1 \quad S_n = a_1 \frac{1-q^n}{1-q}$

$n \to \infty \quad -1 < q < 1 \qquad q^n \to 0$

$S = a_1 \frac{1}{1-q} \quad -1 < q < 1$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \ldots\ldots$

$a_1 \quad q = \frac{1}{2} \qquad S = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \quad \frac{2}{1} = 1$

$a_1 = 1 \quad q = -\frac{1}{3}$

$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \frac{1}{81} - \frac{1}{243} + \frac{1}{729} + \ldots\ldots$

$S = 1 \frac{1}{1-(-\frac{1}{3})} = 1 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

$0{,}99999\ldots$

$S = \frac{9}{10} + \frac{9}{100} + \frac{9}{1000} + \ldots$

$a_1 = \frac{9}{10} \quad q = \frac{1}{10}$

$S = \frac{9}{10} \frac{1}{1-\frac{1}{10}} = \frac{9}{10} \cdot \frac{10}{9}$

$= 1$

$\frac{1}{3} = 0{,}3333\ldots \quad | \cdot 3$

$\frac{3}{3} = 0{,}9999 \ldots$

$\Rightarrow 1$

$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \longrightarrow \infty$