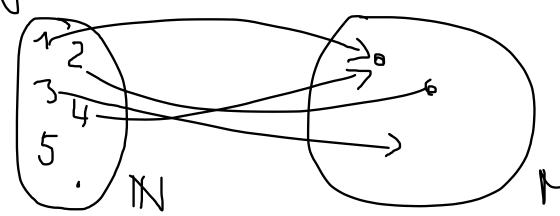
Folgen und Reihen
Verknüpfung von Spiegelungen
Funktionen Gleichungen

Folgen und Reihen

Gegeben ist eine Menge von Objekten
Jeder natürlichen Zahl wird ein Objekt der Menge zugeordnet.

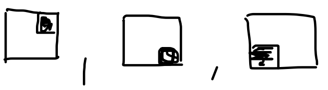


Eine Folge ist eine Funktion von den natürlichen Zahlen in eine Menge.

Beispiele

1, 4, 9, 16, 25, ... Folge der Quadratzahlen
1. 2. 3. 4. 5.

0, 1, 5, 1, 1, 1, 3, 1, ... Telefonnummer

 , ... Folge von Mustern

Ist die Menge der zugeordneten Objekte eine Zahlenmenge, so spricht man von einer Zahlenfolge.

Zahlenfolgen kann man auf drei Arten definieren

1. Aufzählung   Nur für endliche Folgen, die Aufzählung muss vollständig sein

2. Durch ein rekursives Gesetz

Beisp $f_{n+1} = f_n + f_{n-1}$, $f_1 = f_2 = 1$

$a_n = a_{n-1} + 3(n-1)$, $a_1 = 7$

$n=2$: $a_2 = a_1 + 3 \cdot 1 = 10$

$n=3$: $a_3 = a_2 + 3 \cdot 2 = 16$

$n=4$: $a_4 = a_3 + 3 \cdot 3 = 25$ ...

wichtig für Rechentabellen

3 Durch ein explizites Gesetz

Beisp $a_n = n^2$ es taucht nur n auf

Wichtige Sonderfälle

1. arithmetische Zahlenfolge

$a_n = a_{n-1} + d$, a_1 Startwert

Beisp. $a_1 = 4$, $d = 4$

4, 8, 12, 16, 20, ..

100, 97, 94, 91, ... $a_1 = 100$ $d = -3$

Analyse: $a_n - a_{n-1}$ Ist das konstant?

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots$ keine arithm. Zahlenfolge

$-\frac{1}{6}$ $-\frac{1}{12}$

$a_2 = a_1 + d$ $\quad a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d$

$= a_1 + 2d$

$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d$

$a_5 = a_4 + d = (a_1 + 3d) + d = a_1 + 4d$

$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d}$

explizite Formel

2. geometrische Zahlenfolgen

$a_n = a_{n-1} \cdot q$, a_1 Startwert

Beisp $a_1 = 1$ $q = 2$

$1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, \ldots$

$a_1 = 64$ $q = \frac{3}{2}$: $a_2 = 96$ $a_3 = 144, \ldots$

$a_1 = 1$ $q = -1$: $1, -1, 1, -1, 1, -1, \ldots$

Analyse: $\frac{a_n}{a_{n-1}} = q$ muss immer gleich sein

$a_2 = a_1 \cdot q$ $a_3 = a_2 \cdot q = (a_1 \cdot q) \cdot q = a_1 \cdot q^2$

$a_4 = a_3 \cdot q = (a_1 q^2) \cdot q = a_1 \cdot q^3$

$\boxed{a_n = a_1 \cdot q^{n-1}}$ explizites Gesetz