10. Übung, Lösungen

PRÄSENZÜBUNG

1a Da $DC \parallel FI$, ist auch $|CI| = s$

Pyth. in ΔMIF: $|MI|^2 + |IF|^2 = |MF|^2$

$$(a-b+s)^2 + h^2 = (a+b)^2$$

$$\cancel{a^2} \cancel{+b^2} + s^2 + 2as - 2bs - 2ab + h^2 = \cancel{a^2} + 2ab \cancel{+b^2} \quad (1)$$

Pyth. in ΔIBF: $|IB|^2 + |IF|^2 = |BF|^2$

$$(2b-s)^2 + h^2 = (2b)^2$$

$$\cancel{4b^2} - 4bs + s^2 + h^2 = \cancel{4b^2} \quad (2)$$

Nun beide Gleichungen so kombinieren, dass h herausfällt.

(2) $\Rightarrow$ $s^2 + h^2 = 4bs$ Einsetzen in 1 für $s^2 + h^2$

$$4bs + 2as - 2bs - 2ab = 2ab$$

Gleichung nach s auflösen

$$2bs + 2as = 4ab \quad | :2, \ s \text{ ausklammern}$$

$$(a+b)s = 2ab$$

$$s = \frac{2ab}{a+b}$$

Anm: Das ist gerade das Doppelte des Radius der Archimed. Zwillinge

b. Im ΔMBF darf man den Höhensatz nicht anwenden, da es nicht rechtwinklig ist.

c. Der Punkt E entspricht dem Punkt F wenn man die Rollen von a und b vertauscht.
Das Ergebnis $|FH| = s = 2\frac{ab}{a+b}$ ist symmetrisch bezüglich a und b. Also erhält man für $|EG|$ das gleiche Ergebnis.

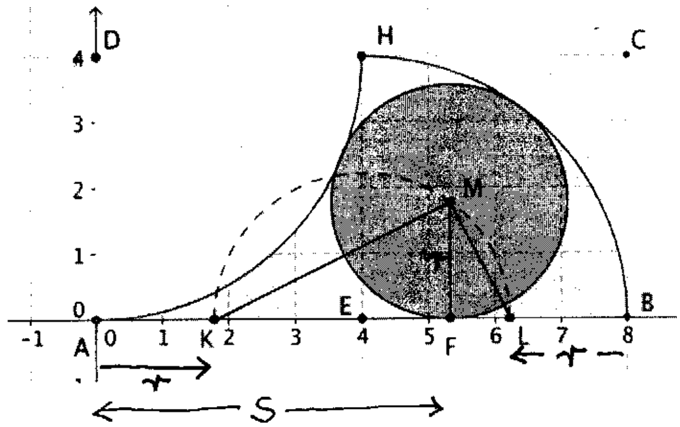
Arbeitsblatt zur Aufgabe 2

a. Warum ist die Unbekannte h überflüssig?

Da der Kreis die x-Achse berührt, ist $h = r$. 1

b. Überlegen Sie:

- Mit welchem rechtwinkligen Dreieck können Sie arbeiten?
- Wie lautet in dem Dreieck der Höhensatz?
- Wie lang sind die Strecken, ausgedrückt in r, s und bekannten Längen?



ΔKLM

$|FM|^2 = |KF| \cdot |FL|$

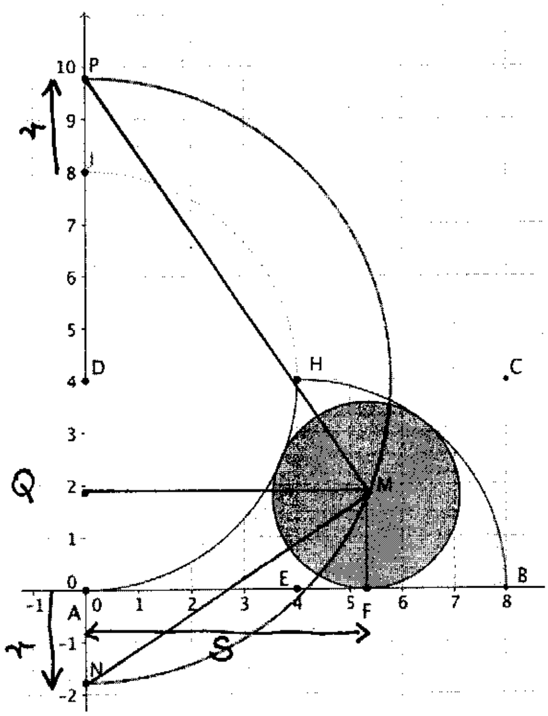
$r^2 = (s-r)\cdot(8-r-s)$ 1

c. Erweiterung der Zeichung:

Der Viertelkreisbogen um D wird weitergeführt bis zum Schnittpunkt J(0;8) mit der y-Achse.

Überlegen Sie:

- Mit welchem rechtwinkligen Dreieck können Sie arbeiten?
- Wie lautet in dem Dreieck der Höhensatz?
- Wie lang sind die Strecken, ausgedrückt in r, s und bekannten Längen?



ΔNMP

$|QM|^2 = |PQ|\cdot|QN|$

$s^2 = 8 \cdot (2r)$ 1

(b): $\cancel{r^2} = 8s - 8r \cancel{-sr} \cancel{+r^2} - s^2 \cancel{+sr}$

$0 = 8s - 8r - s^2$

(c): $s^2 = 16r \quad |:2 \quad \Rightarrow \frac{1}{2}s^2 = 8r$

einsetzen 1

$0 = 8s - \frac{1}{2}s^2 - s^2 = 8s - \frac{3}{2}s^2$

$s(8 - \frac{3}{2}s) = 0 \quad \Rightarrow \quad s = 0$ oder $\underline{s = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}}$ 1

Keine Lösung

Lösung für s einsetzen in $16r = s^2 = \frac{16^2}{9} \quad |:16$

$\underline{r = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}}$ 1

Die berechneten Werte stimmen gut mit der Abbildung überein.

3. Termumformungen

(1) -> (2) ordnen: Terme mit s nach rechts, ohne s nach links

(2) -> (3) Division durch 2, in der rechten Gleichung auch links r und rechts s ausgeklammert

(3) -> (4) linke Gl mit (a+b), rechte Gl mit b multipliziert, damit in beiden Gl. die rechten Seiten gleich werden

(4) -> (5) Die beiden linken Seiten werden gleichgesetzt

(5) -> (6) Die Klammern werden ausmultipliziert

(6) -> (7) Zusammenfassen und ordnen: Terme mit r nach links, ohne r nach rechts

(7) -> (8) Durch 2 teilen links r ausklammern, rechts ab.

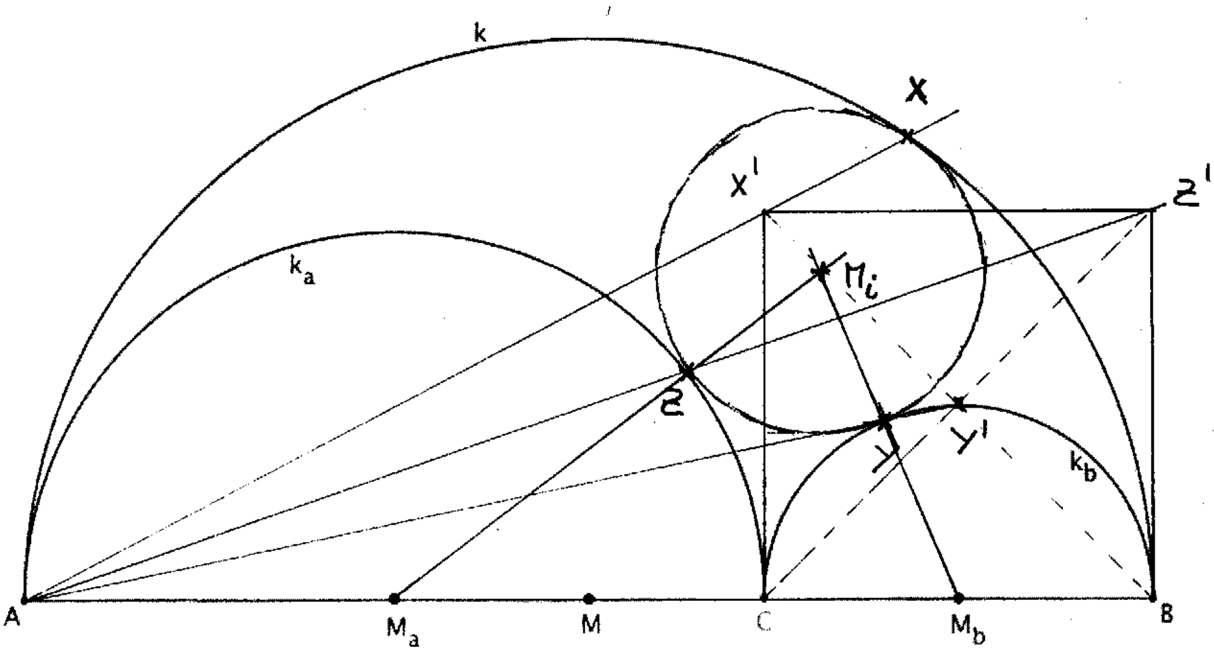
(8) -> (9) durch (a^2+ab+b^2) dividieren und damit nach r auflösen

je Schritt 0,5

4

A2	A3	A4	A5	Σ
6	4	4	2	16

Arbeitsblatt zur Aufgabe 4



1. Zeichne über der Strecke $\overline{CB}$ das Quadrat (nach oben). Der Punkt über B heißt Z', der über C heißt X'.
2. Zeichne den Mittelpunkt Y' des Quadrats CBZ'X'. (Er liegt auf k_b.)
3. Verlängere die Strecke $\overline{AX'}$ über X', so dass man einen Schnittpunkt X mit dem Halbkreis k erhält.
4. Die Strecke $\overline{AZ'}$ schneidet den Halbkreis k_a in Z.
5. Die Strecke $\overline{AY'}$ schneidet den Halbkreis k_b (ein zweites Mal) in Y.

Die so konstruierten Punkte X, Y und Z sind die Berührpunkte des gesuchten Inkreises mit den Begrenzungshalbkreisen des Arbelos. Um den Kreis selbst konstruieren zu können brauchen wir noch den Mittelpunkt. Den erhält man durch folgende zwei Linien.

6. Verlängere die Strecke $\overline{M_bY}$ über Y.
7. Verlängere die Strecke $\overline{M_aZ}$ über Z.
8. Der Schnittpunkt der beiden Linien aus 7. und 8. ist der Mittelpunkt M_i des Inkreises.
9. Zeichne den Inkreis als Kreis um M_i mit dem Radius $|M_iZ|$.

5. Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, es auszuprobieren.

Das rechte Bild ist die Kombination der farbigen Fläche vor und im Spiegel. Wo muss im linken Bild der Spiegel stehen (Strich einzeichnen) und von welcher Seite muss man in den Spiegel schauen (Pfeil einzeichnen)?

Halten Sie Ausschau nach mehreren Lösungen.

a.

b.