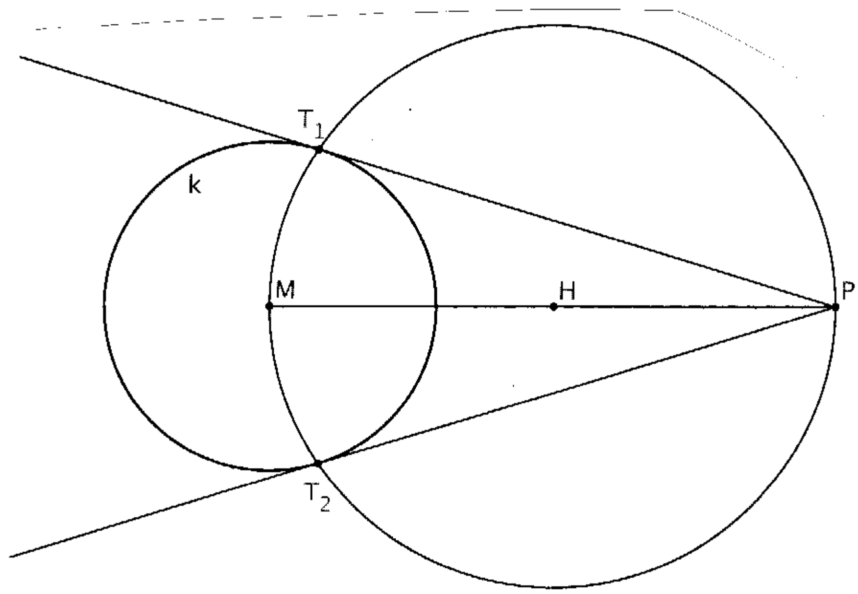
8. Übung, Lösungen

1. a.

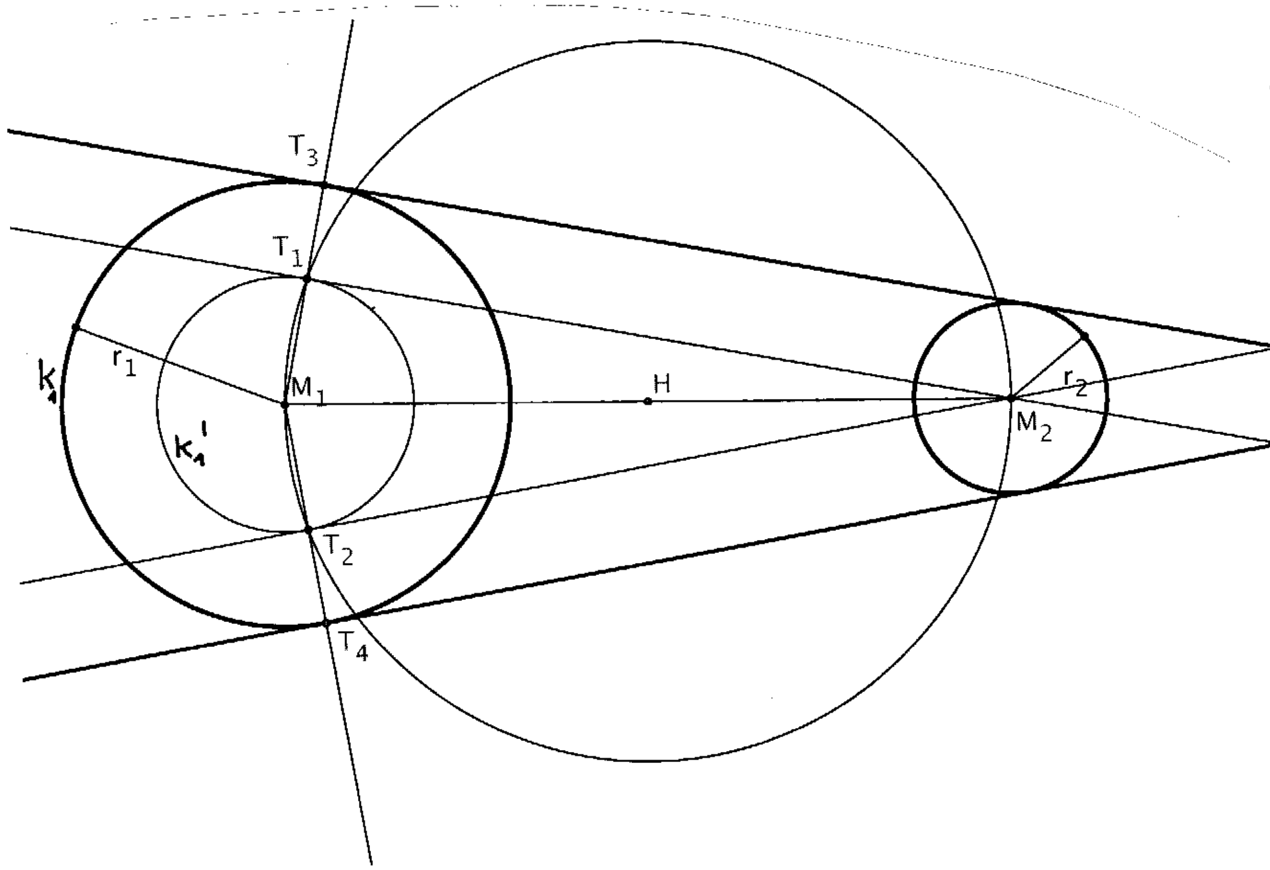


Wir konstruieren die Berührpunkte T_1 und T_2 der beiden Tangenten. Da bei T_1 und T_2 rechte Winkel zwischen Radius (nicht gezeichnet) und der Tangente sind, läuft die Konstruktion über den Satz von Thales.

- H ist der Mittelpunkt von $\overline{MP}$
- Der Kreis um H mit dem Radius $|HM|$ ist der Thaleskreis zur Strecke $\overline{MP}$
- Die Schnittpunkte dieses Kreises mit k sind die gesuchten Punkte T_1 und T_2
- Die Geraden PT_1 und PT_2 sind die gesuchten Tangenten durch P an k.

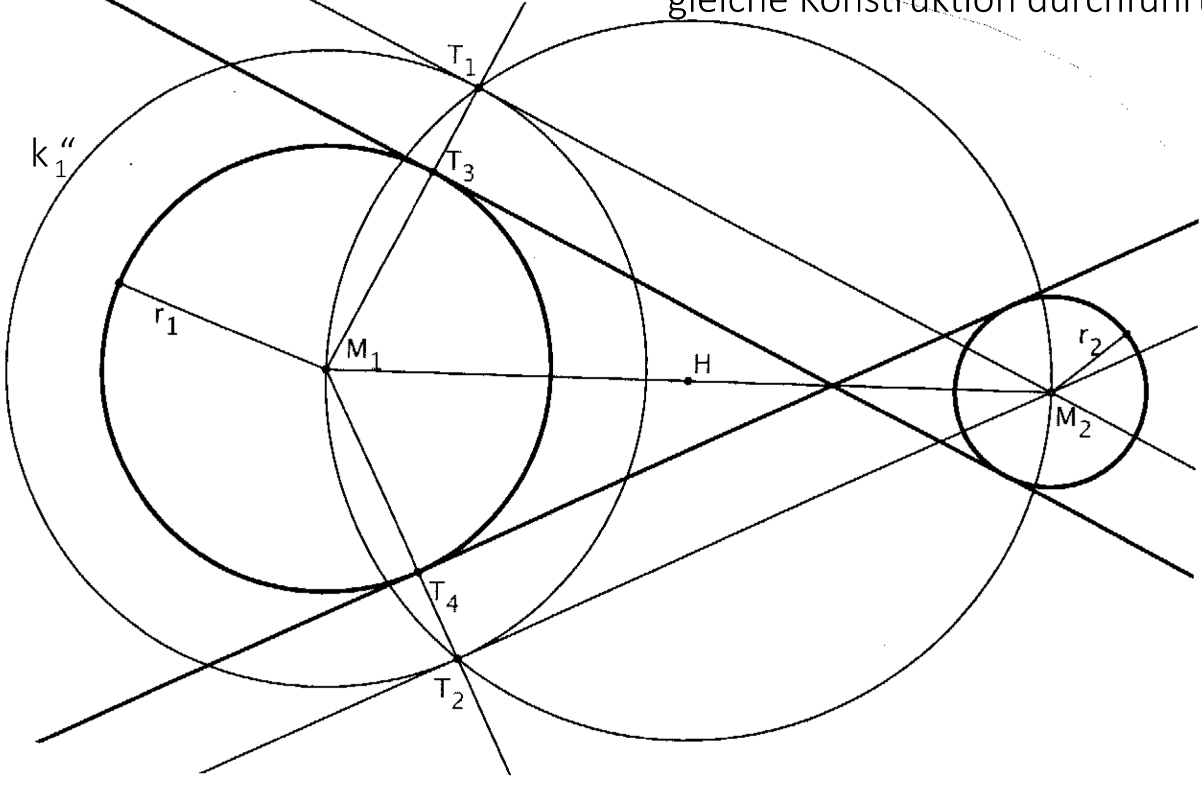
b. Gegeben sind die Kreise k_1 um M_1 mit Radius r_1 und k_2 um M_2 mit Radius r_2 $(r_2 < r_1)$.

- Zeichne den Kreis k_1' um M_1 mit dem Radius $r_1 - r_2$
- Konstruiere nach a. die Tangenten, die durch M_2 verlaufen und k_1' berühren. Die Berührpunkte sind T_1 und T_2



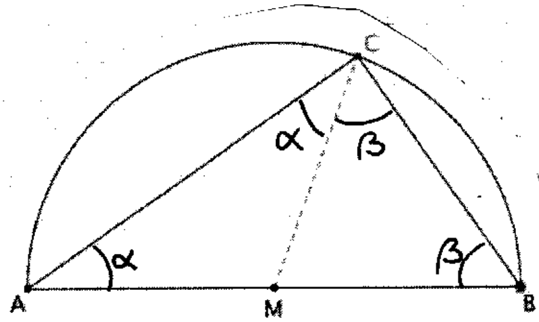
- Der Strahl von M_1 über T_1 hinaus schneidet k_1 in T_3.
- Der Strahl von M_1 über T_2 hinaus schneidet k_1 in T_4
- Die Parallele zu T_1M_2 durch T_3 ist eine gesuchte Tangente, die Parallele zu T_2M_2 durch T_4 eine weitere.

Zwei weitere Tangenten erhält man, wenn man mit dem Hilfskeis k_1'' (Mittelpunkt M_1, Radius $r_1 + r_2$) die ansonsten gleiche Konstruktion durchführt.



HAUSÜBUNGEN

A2	A3	A4	A5	A6	Σ
3	5	4	3	3	18



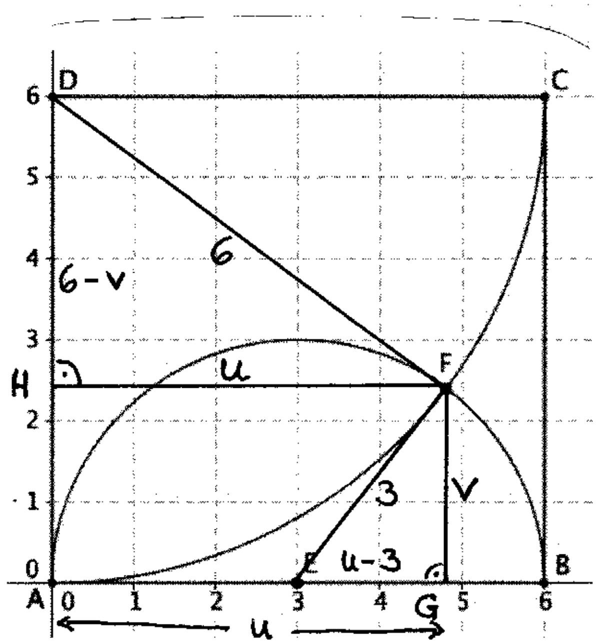
2. Die Teildreiecke ΔAMC und ΔMBC sind gleichschenklig mit $|AM| = |MC| = |MB| = r$ (Radien des Kreises um M) 1

Sind, wie üblich, die Winkel bei A α und bei B β, dann sind $|\sphericalangle ACM| = \alpha$ und $|\sphericalangle MCB| = \beta$. 1

Dann ist die Winkelsumme im ΔABC:

$\alpha + \beta + \beta + \alpha = 180° \Rightarrow 2\alpha + 2\beta = 180°$

$\Rightarrow \alpha + \beta = 90°$. Der Winkel bei C hat also die Größe $90°$ $\square$ 1



3. Man fällt von F die Lote auf die x-Achse (Fußpkt G) und y-Achse (Fußpkt H)

Pythagoras in ΔEGF

(I) $(u-3)^2 + v^2 = 3^2$ 1

Pythagoras in ΔHFD

(II) $u^2 + (6-v)^2 = 6^2$ 1

Ausmultipl: (I): $u^2 - 6u \cancel{+9} + v^2 = \cancel{9}\ 0$

(II): $u^2 \cancel{+36} - 12v + v^2 = \cancel{36}\ 0$ 1

(II)−(I) $6u - 12v = 0$

$u = 2v$

einsetzen in (I)

$$(2v-3)^2 + v^2 = 3^2$$

$$4v^2 - 12v + 9 + v^2 = 9$$

$$5v^2 - 12v = 0$$

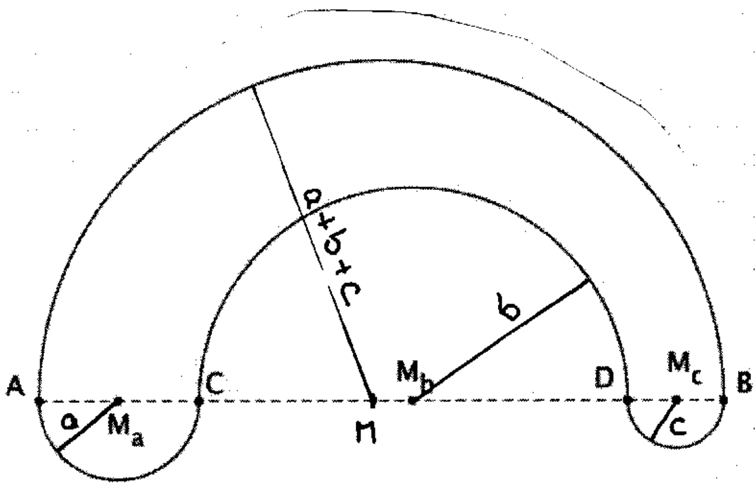
$$v(5v-12) = 0 \quad \Rightarrow \quad v = 0 \quad \text{oder} \quad v = \frac{12}{5} = 2{,}4$$

$$\text{und} \quad u = 0 \quad \text{oder} \quad u = 4{,}8$$

2

Die eine Lösung ist $A(0;0)$, die andere $\underline{F(4{,}8;\,2{,}4)}$

4. Halbkreis über $\overline{AC}$



$$A_a = \frac{1}{2}\pi a^2$$

Halbkreis über $\overline{CD}$

$$A_b = \frac{1}{2}\pi b^2$$

Halbkreis über $\overline{DB}$

$$A_c = \frac{1}{2}\pi c^2$$

1

Halbkreis über $\overline{AB}$

$$A_d = \frac{1}{2}\pi (a+b+c)^2$$

1

Fläche der „Wurst" $A = A_d + A_a - A_b + A_c$

$$A = \frac{1}{2}\pi\left[(a+b+c)^2 + a^2 - b^2 + c^2\right]$$

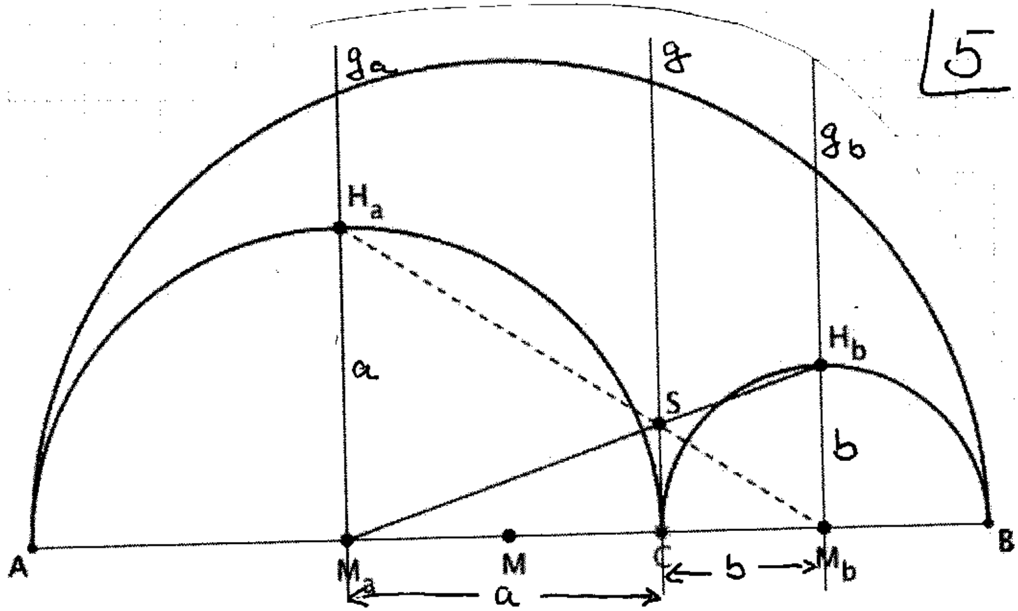
$$= \frac{1}{2}\pi\left[a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc + a^2 - b^2 + c^2\right]$$

$$= \frac{1}{2}\pi\left[2a^2 + 2c^2 + 2ab + 2ac + 2bc\right]$$

$$= \pi\left[a^2 + b^2 + ab + ac + bc\right]$$

2

5. Die drei Geraden g_a, g und g_b sind parallel, daher kann man mit den



Strahlensätzen rechnen

Zentrum M_a, 2. Strahlensatz: $\dfrac{|M_aC|}{|M_aM_b|} = \dfrac{|CS|}{|M_bH_b|}$

$$\Rightarrow \frac{a}{a+b} = \frac{|CS|}{b} \quad \Rightarrow \quad |CS| = \frac{ab}{a+b} \qquad (1)$$

Zentrum M_b, 2. Strahlensatz: $\dfrac{|M_bC|}{|M_bM_a|} = \dfrac{|CS'|}{|M_aH_a|}$

$$\Rightarrow \frac{b}{a+b} = \frac{|CS'|}{a} \quad \Rightarrow \quad |CS'| = \frac{ab}{a+b} \qquad (1)$$

S und S' liegen beide auf g und haben den gleichen Abstand von C. Also muss $S = S'$ sein.

Also liegen H_a, S und M_b auf einer Geraden. (1)

6. **Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen**

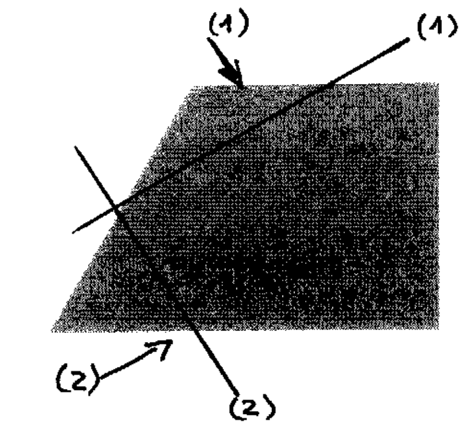
Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, es auszuprobieren.

Das rechte Bild ist die Kombination der farbigen Fläche vor und im Spiegel. Wo muss im linken Bild der Spiegel stehen (Strich einzeichnen) und von welcher Seite muss man in den Spiegel schauen (Pfeil einzeichnen)?

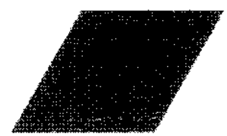
Halten Sie Ausschau nach mehreren Lösungen.

a.

Aus



mache mit dem Spiegel

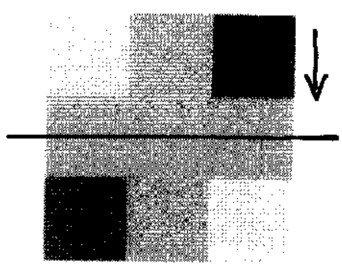


2

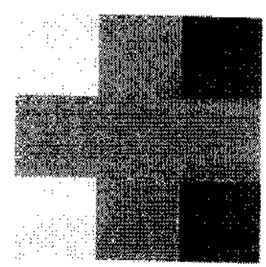
kleine Raute

b.

Aus



mache mit dem Spiegel



1