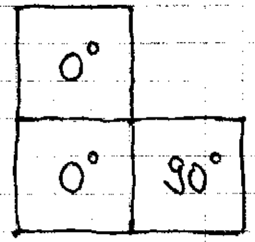
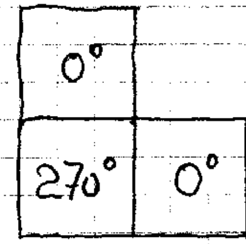
6. Übung, Lösungen

PRÄSENZÜBUNGEN

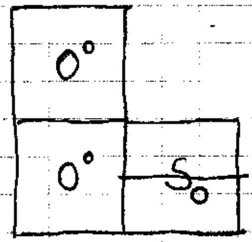
1\. a.



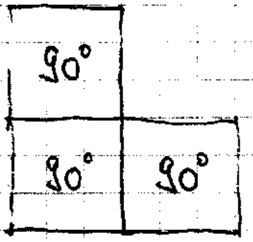
b.



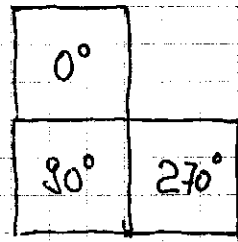
c.



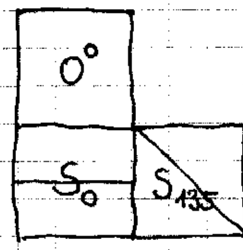
d.



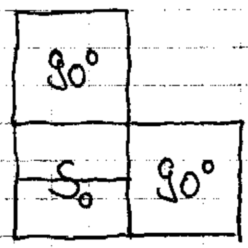
e.



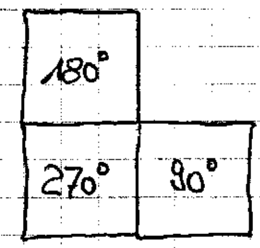
f.



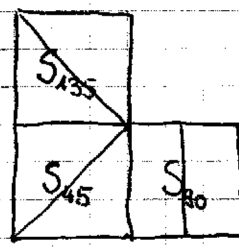
g.



h.



i.



Fraktal in a. $s' = \frac{1}{2} \Rightarrow s = 2 \quad n = 3$

also $D = \frac{\log 3}{\log 2} \approx 1{,}585$

In jedem Fraktal wird das Gesamtbild mit $s' = \frac{1}{2}$ verkleinert und es werden stets $n = 3$ Teile zusammengesetzt. Damit ist die Dimensionsberechnung für alle gleich. Die Abbildungen haben darauf keinen Einfluss

HAUSÜBUNGEN

	A2	A3	A4	A5	Σ
max.	2	7	7	3	19

$\boxed{2}$

2. $x = 4 + \dfrac{1}{2+\dfrac{1}{x}} = 4 + \dfrac{1\cdot x}{2x+1} = \dfrac{8x+4+x}{2x+1} \quad |\cdot(2x+1)$ (1)

$2x^2 + x = 9x + 4 \quad |-9x-4$

$2x^2 - 8x - 4 = 0 \quad |:2$

$x^2 - 4x - 2 = 0$ (0,5)

$x = 2 \pm \sqrt{4+2} = 2 \pm \sqrt{6}$

keine Lösung, da dann $x<0$

$\underline{\underline{x = 2+\sqrt{6}}}$ (0,5) $\boxed{2}$

3. a. (siehe nächste Seite)

b.

Stufe	Anzahl d. Quad.	Fläche eines Quadrats	Gesamtfläche	Anzahl der Kan.	Länge einer Kante	Gesamtlänge	Anzahl der Punkte
0	1	1	1	4	1	4	4
1	4	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	14	$\frac{1}{3}$	$\frac{14}{3}$	12
2	16	$\frac{1}{81}$	$\frac{16}{81} = \left(\frac{4}{9}\right)^2$	56	$\frac{1}{9}$	$\frac{56}{9}$	48
3	64	$\frac{1}{9^3}$	$\left(\frac{4}{9}\right)^3$	224	$\frac{1}{27}$	$14\cdot\frac{4^2}{3^3}$	$4\cdot 48 = 192$
4	4^4	$\frac{1}{9^4}$	$\left(\frac{4}{9}\right)^4$	$4\cdot 224 = 896$	$\frac{1}{3^4}$	$14\cdot\frac{4^3}{3^4}$	$4\cdot 192 = 768$
n	4^n	$\frac{1}{9^n}$	$\left(\frac{4}{9}\right)^n$	$14\cdot 4^{n-1}$	$\frac{1}{3^n}$	$14\cdot\frac{4^{n-1}}{3^n}$	$3\cdot 4^n$
Grenzw. $n\to\infty$	∞	0	0	∞	0	∞	∞

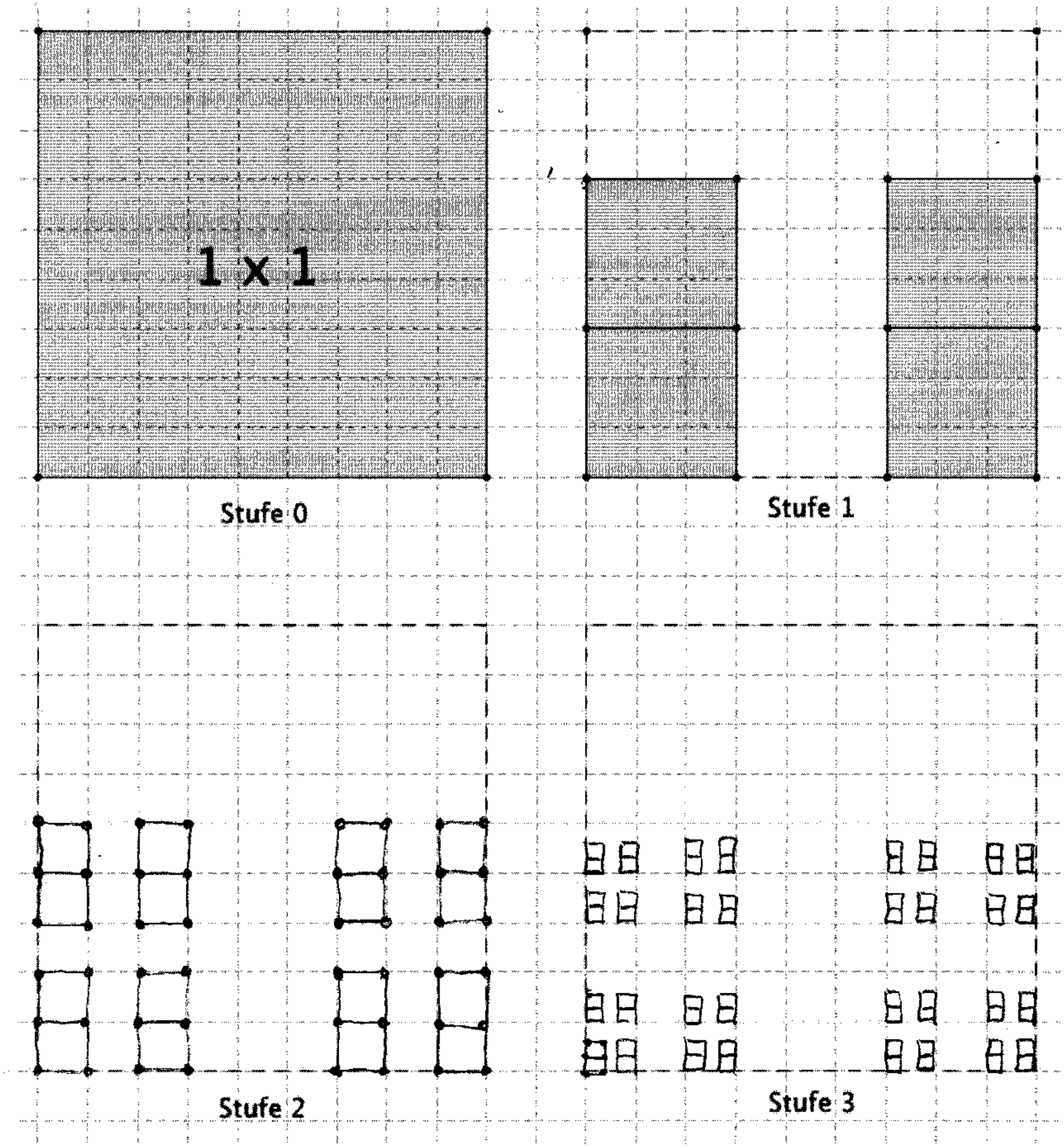
Zahlen (3)

Formeln (1)

Grenzw. (1)

3

Arbeitsblatt für Aufgabe 3



2

4. a. selbstähnlich, jeder Faktor der Form $\frac{1}{n}$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ ist geeignet

Beispiel: $\frac{1}{3}$ ergibt $\{\frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \frac{1}{15}, \dots\}$ 1

b. selbstähnlich, jeder Faktor der Form 2^n, $n \in \mathbb{N}$ ist geeignet

Beispiel: $2^2 = 4$ ergibt $\{8, 16, 32, 64, \dots\}$ 1

c. nicht selbstähnlich

solch einen Faktor k kann es nicht geben

Ann. 1: $k \in \mathbb{N}$, $k \neq 1$ Dann ist für jede Primzahl p das Produkt $k \cdot p$ keine Primzahl

Ann. 2: k Bruch (rationale Zahl) $= \frac{z}{n}$, $n \geq 2$

$p \cdot \frac{z}{n}$ ist eine natürliche Zahl nur dann, wenn $n = p$. Also kann es keinen gemeinsamen Faktor für alle Primzahlen geben.

Ann. 3: k irrational. Dann ist $k \cdot p$ auch irrational, ~~also~~ und keine natürliche Zahl. 2

d. selbstähnlich, jeder Faktor der Form $\frac{1}{10^n}$, $n \in \mathbb{N}$ ist geeignet

Beispiel: $\frac{1}{10}$ aus $0,\underbrace{xxxxxx\dots}_{0 \text{ oder } 3}$ wird $0,0\underbrace{xxxxx}_{0 \text{ oder } 3}$ 1

e. selbstähnlich, jeder Faktor der Form n^2, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ ist geeignet,

denn Quadratzahl · Quadratzahl = Quadratzahl

$$m^2 \cdot n^2 = (n \cdot m)^2$$ 1

f. selbstähnlich

systematische Suche nach einem Faktor

Die Zahlen der Menge M haben die Gestalt

$n \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + e$ mit $n \in \mathbb{N}_0$ $e \in \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$

Gesucht wird eine natürliche Zahl $s \neq 1$, für die jedes Element aus M nach Multiplikation mit s wieder in M liegt

Ansatz $s = m \cdot 10^2 + a \cdot 10 + b$ mit $m \in \mathbb{N}_0$, $a, b \in \{0, 1, \ldots, 9\}$

$$(n \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + e) \cdot (m \cdot 10^2 + a \cdot 10 + b)$$

$$= nm \cdot 10^4 + na \cdot 10^3 + nb \cdot 10^2 + 2m \cdot 10^3 + 2a \cdot 10^2 + 2b \cdot 10$$
$$+ em \cdot 10^2 + ea \cdot 10 + eb$$

Zusammenfassen nach den Zehnerpotenzen

$$= 10^2 (nm \cdot 100 + na \cdot 10 + nb + 20m + 2a + em)$$
$$+ 10 (2b + ea) + eb$$

Damit dieses Ergebnis wieder in M liegt, ~~muss gelten~~ ist eine Bedingung

$$2b + ea = 2 \quad \text{mit } e, a, b \in \{0, 1, 2, \ldots, 9\} \quad \text{und } eb < 10$$

Für beliebiges e muss $a = 0$ sein.

einen Faktor 1
allgemeiner 2

$\Rightarrow b = 1$

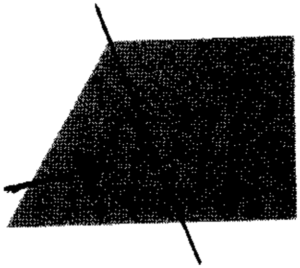
Also hat s die Form $s = m \cdot 10^2 + 1$ mit $m \in \mathbb{N}$

($m = 0$ geht nicht, da sonst $s = 1$ ist)

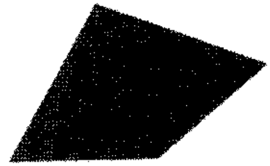
101 ist der kleinste Faktor s für eine Selbstähnlichk.

5.

Aus



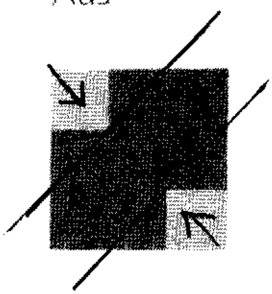
mache mit dem Spiegel



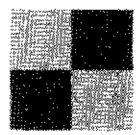
Drachenviereck

1

Aus



mache mit dem Spiegel



2