Lösungen 2. Übung

PRÄSENZÜBUNGEN

1. Durchmesser $d_0 = 3\,mm$ $d_1 = 1\,mm$ also $s = \frac{1}{3}$

Dann gilt für die Volumina $V_0 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 V_1 = \frac{1}{27} V_1$

Das Gesamtvolumen des Bleis bleibt konstant.
Also kann man 27 Mal so viele Kugeln herstellen wie vorher. $300 \cdot 27 = 8100$

Man kann 8100 neue Kugeln produzieren.

2. a. $6^x = 18$ Wegen $6^1 = 6 < 18 < 6^2 = 36$ liegt x zwischen 1 und 2

$6^{1,6} \approx 17,58$ $6^{1,7} \approx 21,03$

Also $x \approx 1,6$, da $6^{1,6}$ dichter an 18 liegt als $6^{1,7}$

b. $6^x = 18 \quad | \log$

$\log 6^x = \log 18$

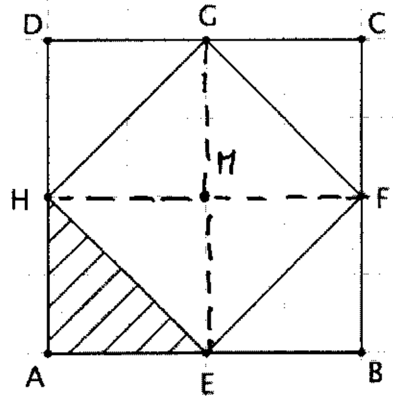
$x \cdot \log 6 = \log 18$ $\qquad x = \frac{\log 18}{\log 6} \approx 1,61315$

3. $9^{1,5} = 9^{1+0,5} = 9^1 \cdot 9^{0,5} = 9^1 \cdot 9^{\frac{1}{2}} = 9^1 \cdot \sqrt{9} = 9 \cdot 3 = 27$

$a^{n+m} = a^n \cdot a^m \qquad 0,5 = \frac{1}{2} \qquad a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$

HAUSÜBUNGEN

4. a. Das große Quadrat lässt sich in 8 kongruente Dreiecke zerlegen. Davon liegen 4 im kleinen Quadrat EFGH. 1



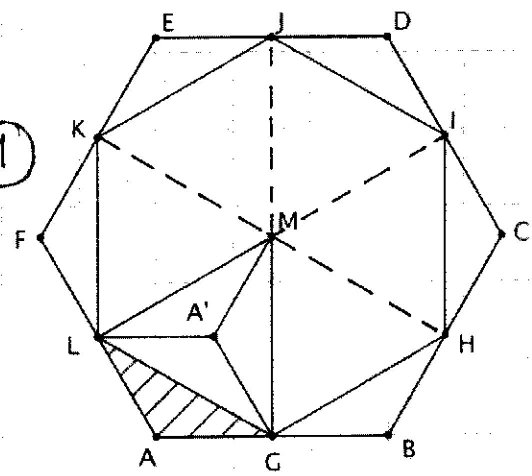
$$\frac{A_{kl}}{A_{gr}} = \frac{4 \cdot \Delta}{8 \cdot \Delta} = \frac{1}{2}$$ 1

b. Die 2-dimensionale Fläche skaliert sich mit s^2.

$s^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{1}{2}} \approx 0{,}707$ 1

5. a. Durch die Strecke $\overline{ML}$ erhält man ein weiteres, 4. Dreieck im „Tortenstück" AGML.

~~Davon~~ Es gibt insgesamt 6 „Tortenstücke", also lässt sich das große Sechseck in 24 Dreiecke zerlegen. Davon liegen 18 im kleinen Sechseck GHIJKL. 1



$$\frac{A_{kl}}{A_{gr}} = \frac{18 \cdot \Delta}{24 \cdot \Delta} = \frac{3}{4}$$ 1

b. Die 2-dimensionalen Flächeninhalte skalieren sich mit s^2. Also ist $s^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow s = \frac{1}{2}\sqrt{3} \approx 0{,}866$ 1

Aufg.	4	5	6	7	8	9	Σ
max. Pkte	3	3	4	4	3	2	19

6 a. $d_0 \xrightarrow{+25\%} d_1$ also $d_1 = 1{,}25\, d_0$

Erläuterung: d_1 ist d_0 und noch 25% von d_0

$$d_1 = d_0 + 0{,}25 \cdot d_0$$
$$= d_0 (1 + 0{,}25)$$
$$= 1{,}25\, d_0$$

$s = 1{,}25$ 1

b. Da das Volumen 3-dimensional ist, ist die Veränderung des Volumens mit s^3.

$s^3 = 1{,}25^3 \approx 1{,}953$ 1

D.h. durch den Messfehler wird das Volumen (-> Medikamentenmenge, Strahlungsmenge) ca. doppelt so groß angenommen wie er tatsächlich ist.

c. Analog $d_0 \xrightarrow{-25\%} d_2$

dann ist $d_2 = d_0 - 0{,}25 \cdot d_0$
$= 0{,}75\, d_0$

also $s = 0{,}75$ 1

Dann ist $s^3 = 0{,}75^3 \approx 0{,}422$

Durch den Messfehler wird das Volumen 1 weniger als halb so groß angenommen als er tatsächlich ist.

7. a. Dreierpotenzen: 3, 9, 27, 81, 243

also $\underline{\underline{x = 5}}$, da $3^5 = 243$ 0,5

b. Zweierpotenzen: 2, 4, 8, 16, 32

also $\underline{\underline{x = 5}}$, da $2^5 = 32$ 0,5

7 c. $3 = \sqrt{9} = 9^{\frac{1}{2}}$ also $x = \frac{1}{2} = 0{,}5$ 1

d. $0{,}2 = \frac{1}{5} = 5^{-1}$ also $x = -1$ 1

e. $\frac{1}{4}$ $4 = \sqrt{16} = 16^{\frac{1}{2}}$ also ist $\frac{1}{4} = \frac{1}{16^{\frac{1}{2}}} = 16^{-\frac{1}{2}}$

also $x = -\frac{1}{2}$ 1

8 a. $x + 35 = 142 \quad | -35$

$x = 107$

b. $23x = 44 \quad | :23$

$x = \frac{44}{23}$

c. $\frac{3}{x} = 73 \quad | \cdot x$

$3 = 73x \quad | :73$

$x = \frac{3}{73}$

d. $4^x = 11 \quad | \log$

$x \cdot \log 4 = \log 11 \quad | : \log 4$

$x = \frac{\log 11}{\log 4} \approx 1{,}73$

e. $\sqrt{x} = 26$ | quadrieren

$x = 26^2 = 676$

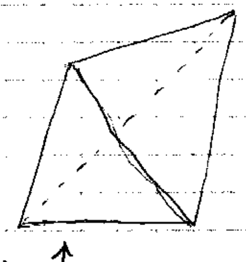
f. $x^3 = 107 \quad | \sqrt[3]{}$

$x = \sqrt[3]{107} \approx 4{,}747$

je 0,5

9. Stellt man noch eine weitere, kleine Pyramide in die Lücke, so hat man insgesamt 6 kleine Pyramiden verbaut. Der Skalierungsfaktor ist $s = \frac{1}{2}$ von der großen zu den kleinen Pyramiden. Also haben diese nur $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ des Volumens der großen Pyramide. Also braucht man 8 kleine Pyramiden, um das gleich große Volumen der großen Pyramide zu erreichen.

Bei 6 kleinen Pyramiden müssen also noch Lücken bleiben.



Es sind 4 Lücken von dieser Form.

2