

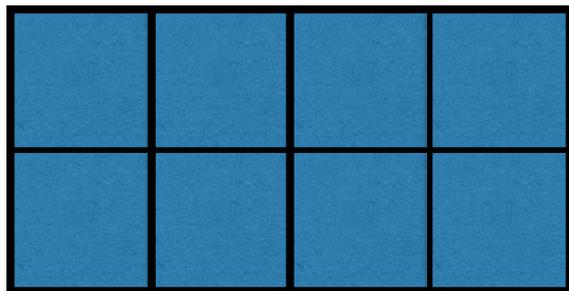
Dimension und Messen

Messen ist das Vergleichen mit einer Normgröße

Länge: Normgrößen sind Meter, Kilometer, Zentimeter

Fläche: Normgrößen sind Quadratmeter, Quadratzentimeter

Volumen: Normgrößen sind Kubikmeter, Liter



In diese Fläche passen $2 \times 4 = 8$
Quadratzentimeter, also ist die
Fläche 8 cm^2 groß.

Messen in der falschen Dimension

Wenn das zu messende Objekt und der Vergleichsmaßstab nicht von derselben Dimension sind, geschehen folgende Fehler

Das Vergleichsmaß hat eine geringere Dimension als das Objekt

—> Das Objekt erscheint unendlich groß

Das Vergleichsmaß hat eine höhere Dimension als das Objekt

—> Das Objekt hat die Größe Null

Messen in der falschen Dimension

Die Umkehrung ist nicht logisch zwingend. Sie kann aber ein Lösungsansatz sein.

Das Objekt erscheint unendlich groß

—> Das Vergleichsmaß hat eine geringere Dimension als das Objekt oder

Das Objekt hat eine größere Dimension als beim Messen angenommen.

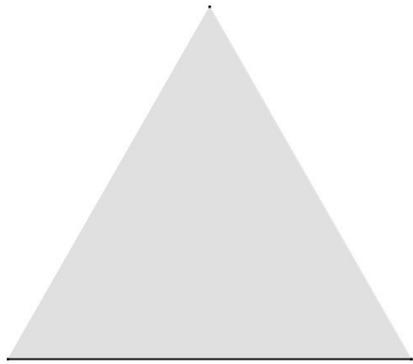
Das Objekt hat die Größe Null

—> Das Vergleichsmaß hat eine höhere Dimension als das Objekt oder

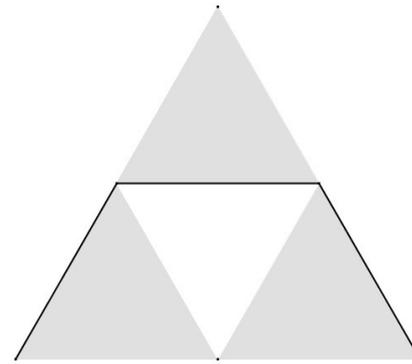
Das Objekt hat eine kleinere Dimension als beim Messen angenommen

Ein erstes Beispiel

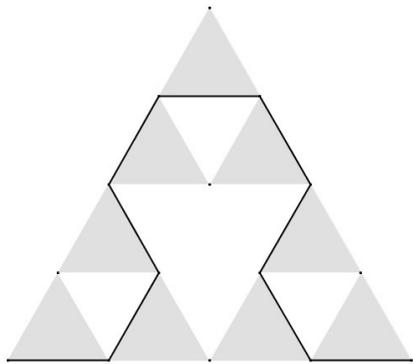
Das Sierpinski-Dreieck



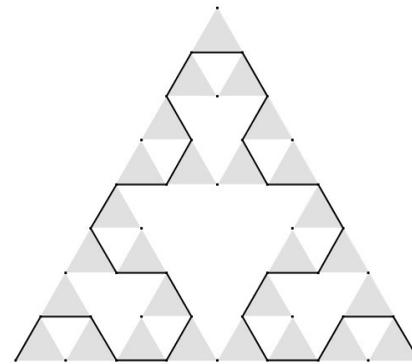
Fläche = 1 Länge = 1



Fläche = $\frac{3}{4}$ Länge = $\frac{3}{2}$



Fläche = $\frac{9}{16} \approx 0,56$ Länge = $\frac{9}{4} \approx 2,3$



Fläche = $\frac{27}{64} \approx 0,42$ Länge = $\frac{27}{8} \approx 3,4$

Ein erstes Beispiel

Das Sierpinski-Dreieck

In diesem Prozess wird
die Fläche immer kleiner $\rightarrow 0$

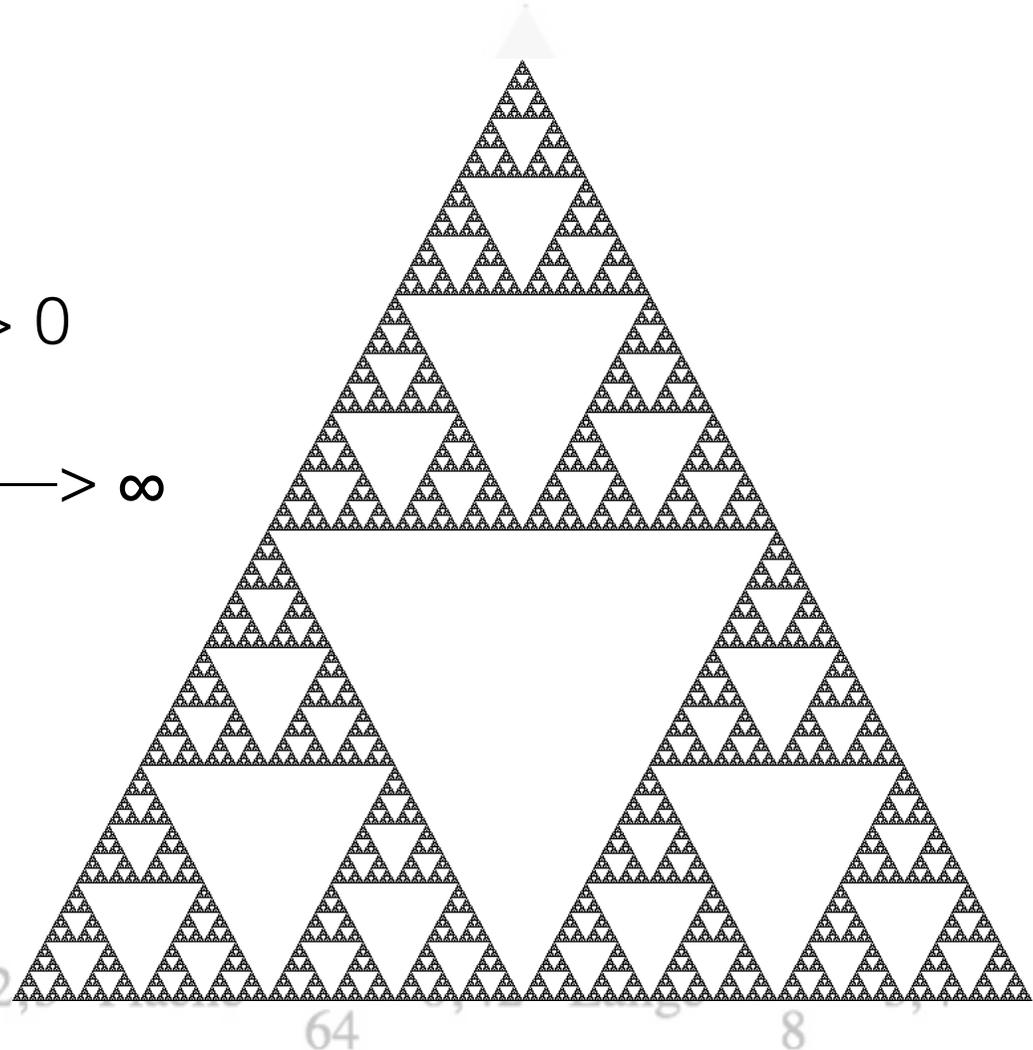
Fläche = 1 Länge = 1
und die Linie immer länger $\rightarrow \infty$



Fläche = 1 Länge = 1



$$\text{Fläche} = \frac{9}{16} \approx 0,56 \quad \text{Länge} = \frac{9}{4} \approx 2,25$$



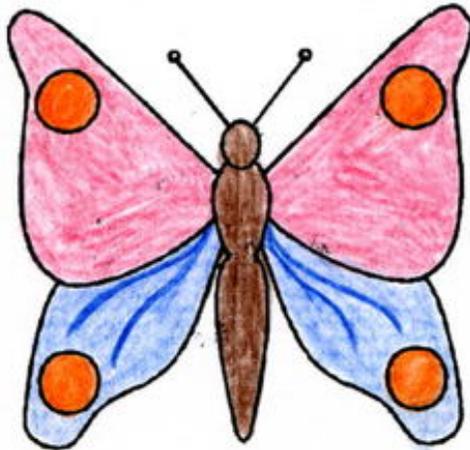
Symmetrie

Symmetrie

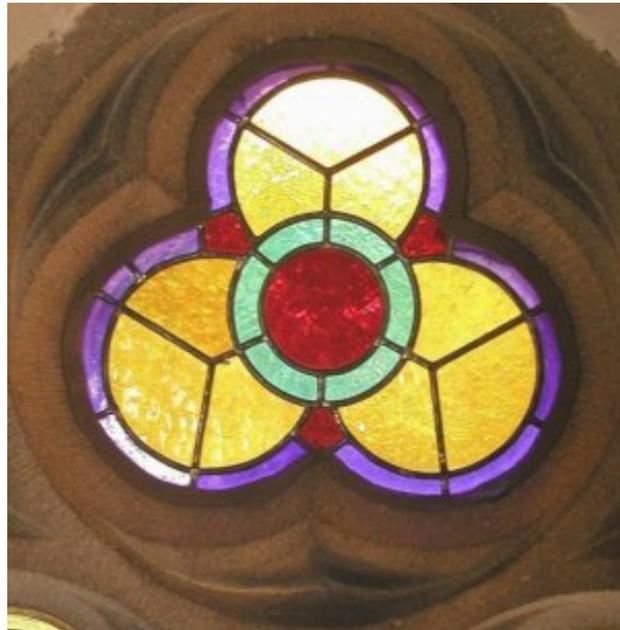
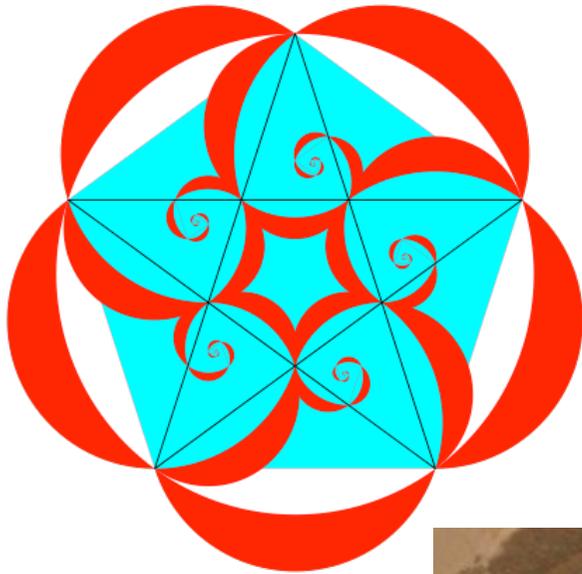


Achsensymmetrie

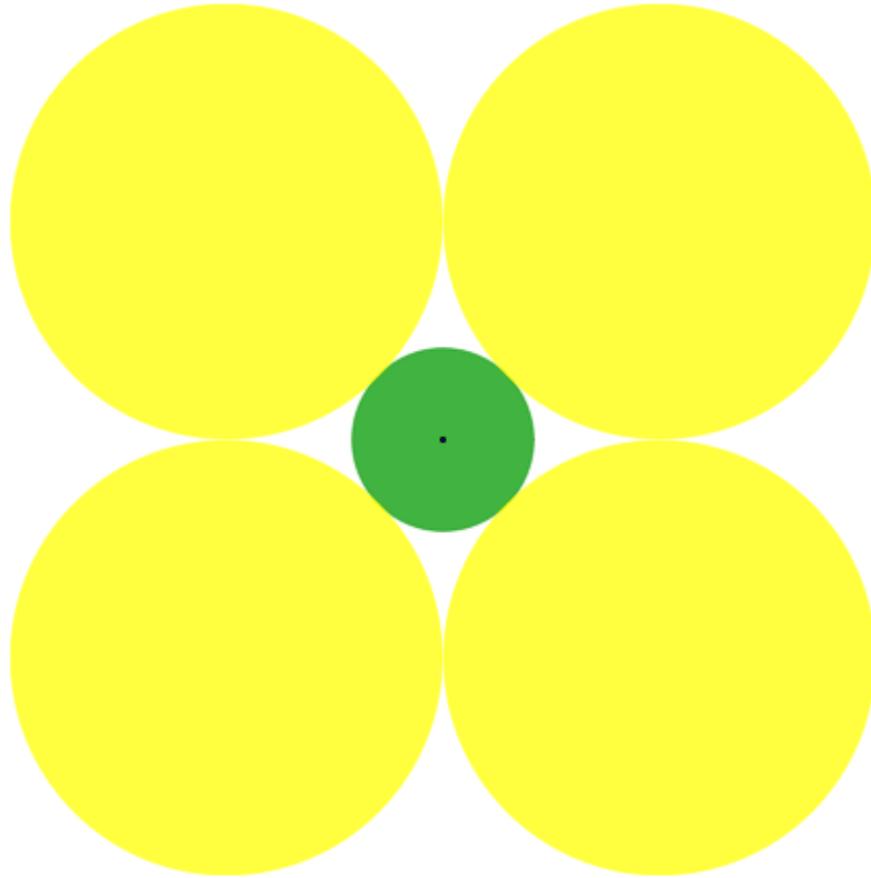
Ein passend gewählter Teil
der Figur - herumgeklappt -
erzeugt die Gesamtfigur.

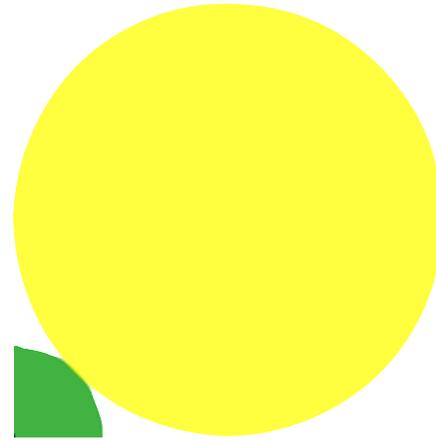


Symmetrie



Drehsymmetrie
Ein passend gewählter
Teil der Figur - (mehrmals)
herumgedreht - erzeugt
die Gesamtfigur.



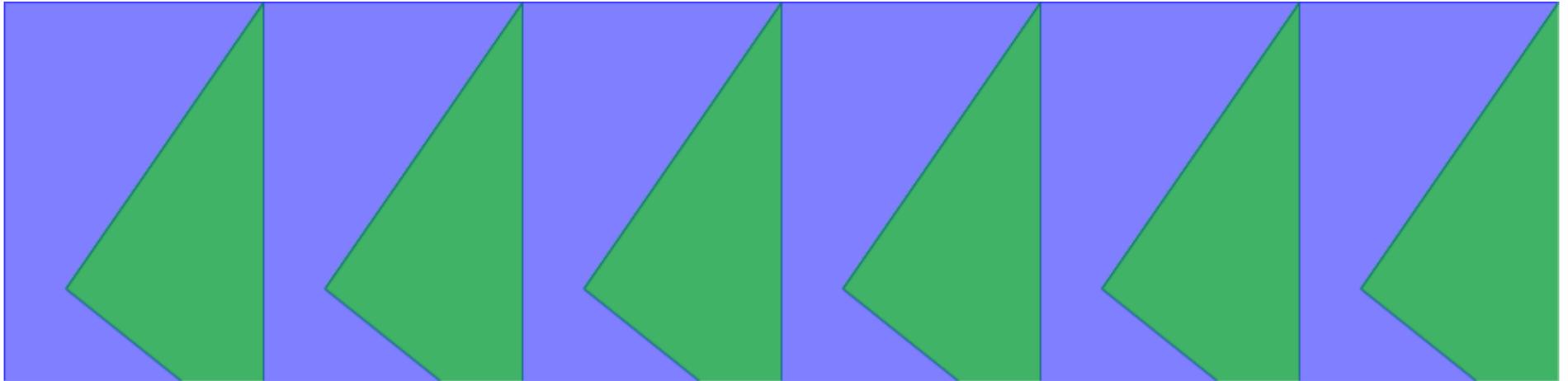


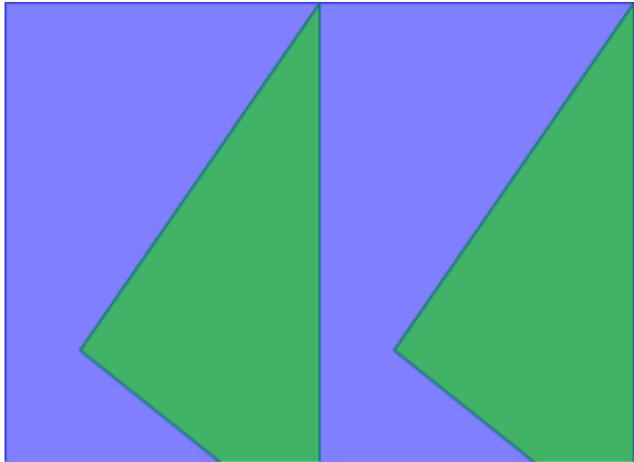
1

Symmetrie



Verschiebungssymmetrie
Ein passend gewählter
Teil der Figur - (mehrmals)
verschoben - erzeugt die
Gesamtfigur.





Symmetrie

Zusammenfassung:

Spiegelung - Achsensymmetrie

Drehung - Drehsymmetrie

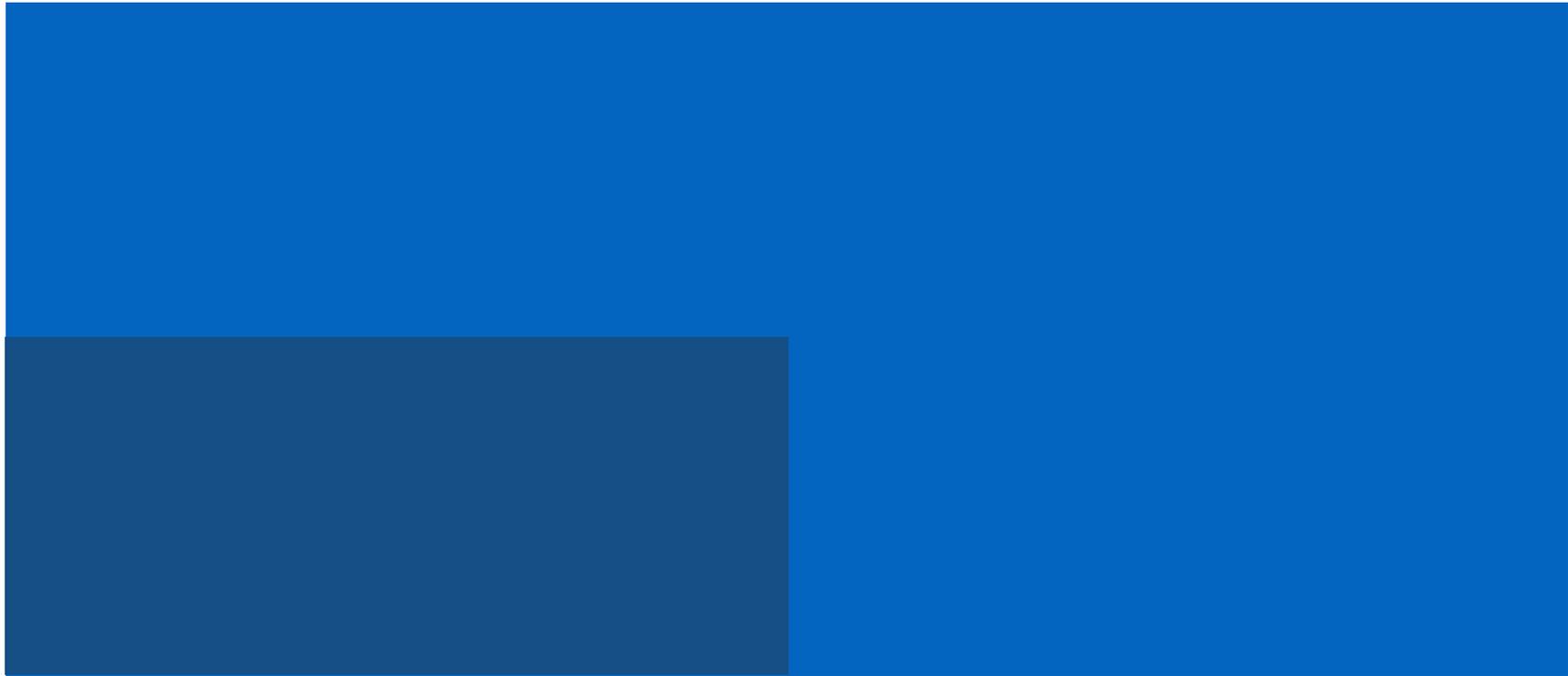
Verschiebung - Verschiebungssymmetrie

sind Symmetrieabbildungen

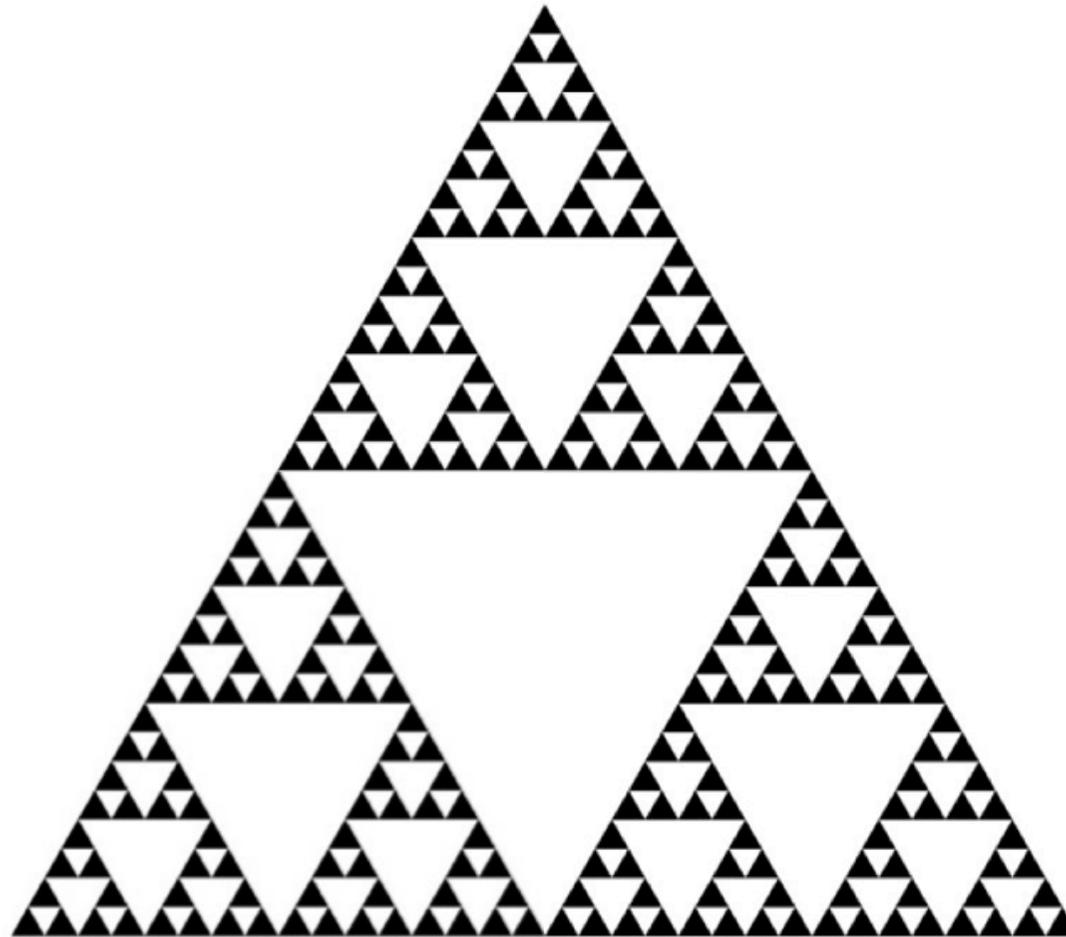
Ist auch die Vergrößerung (zentrische Streckung) eine Symmetrieabbildung?

Kann ein passend gewählter Teil einer Figur - (mehrmals) vergrößert - die Gesamtfigur erzeugen?

Kann ein passend gewählter Teil einer Figur - (mehrmals)
vergrößert - die Gesamtfigur erzeugen?



Kann ein passend gewählter Teil einer Figur - (mehrmals)
vergrößert - die Gesamtfigur erzeugen?

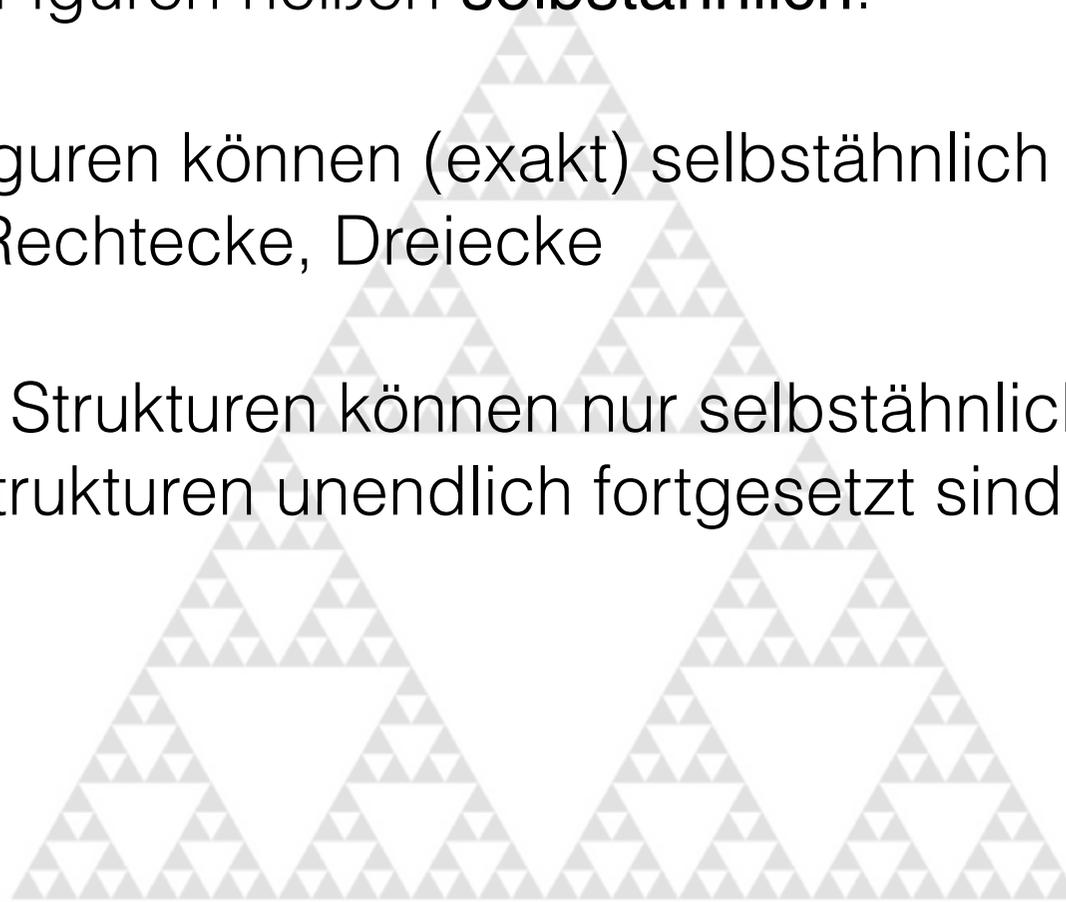


Kann ein passend gewählter Teil einer Figur - (mehrmals) vergrößert - die Gesamtfigur erzeugen?

Ja! Solche Figuren heißen **selbstähnlich**.

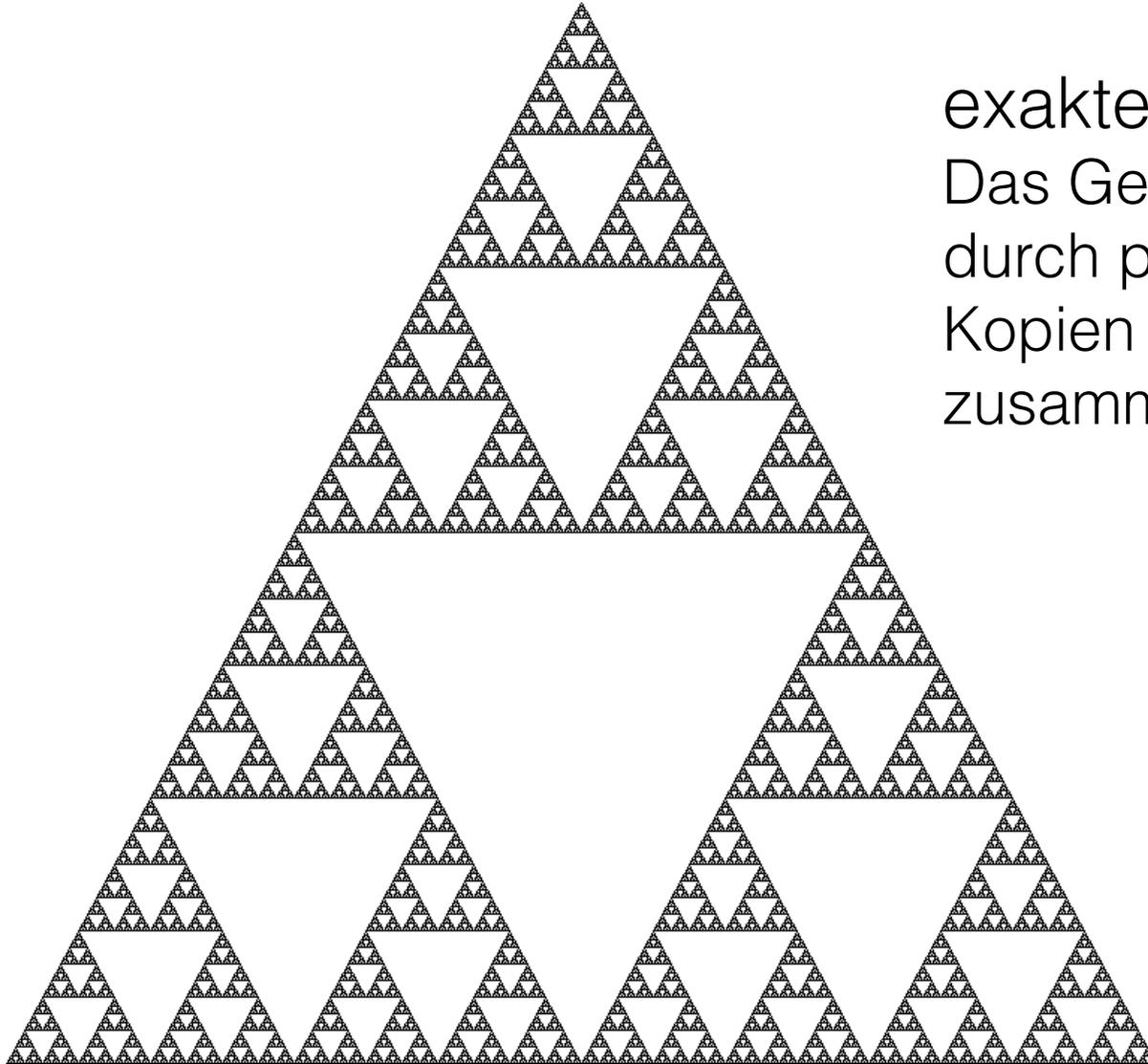
Flächige Figuren können (exakt) selbstähnlich sein.
Beispiele: Rechtecke, Dreiecke

Figuren mit Strukturen können nur selbstähnlich sein, wenn die Strukturen unendlich fortgesetzt sind -> Fraktale.



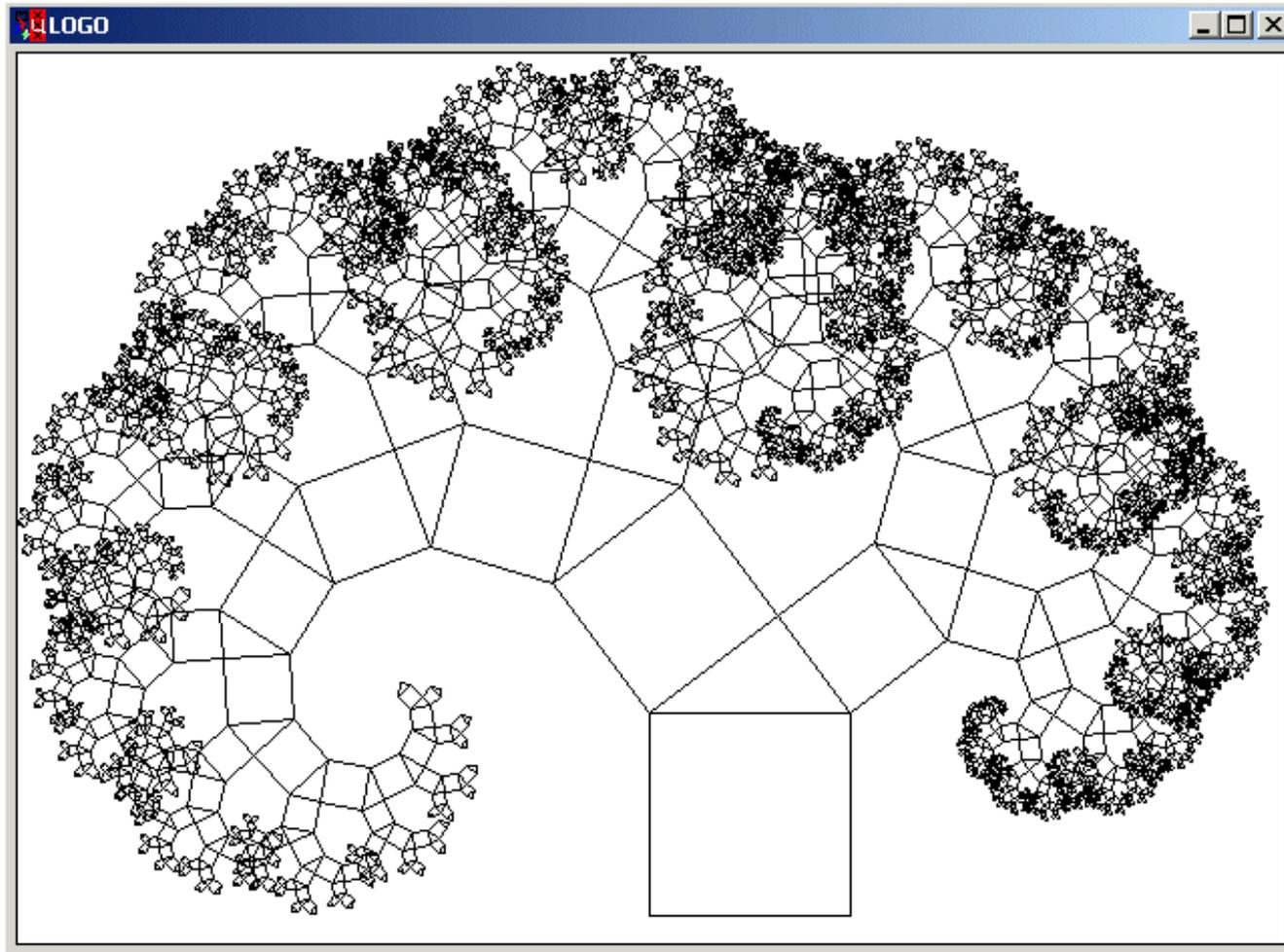
Selbstähnlichkeit

Paradebeispiel



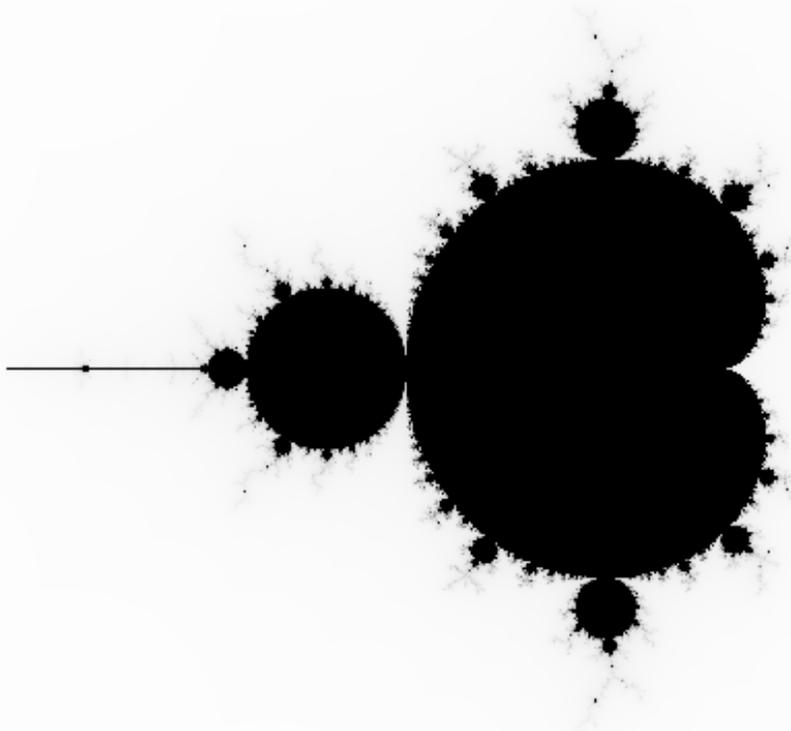
exakte Selbstähnlichkeit:
Das Gesamtbild lässt sich
durch passend verkleinerte
Kopien des Gesamtbildes
zusammensetzen.

Paradebeispiel



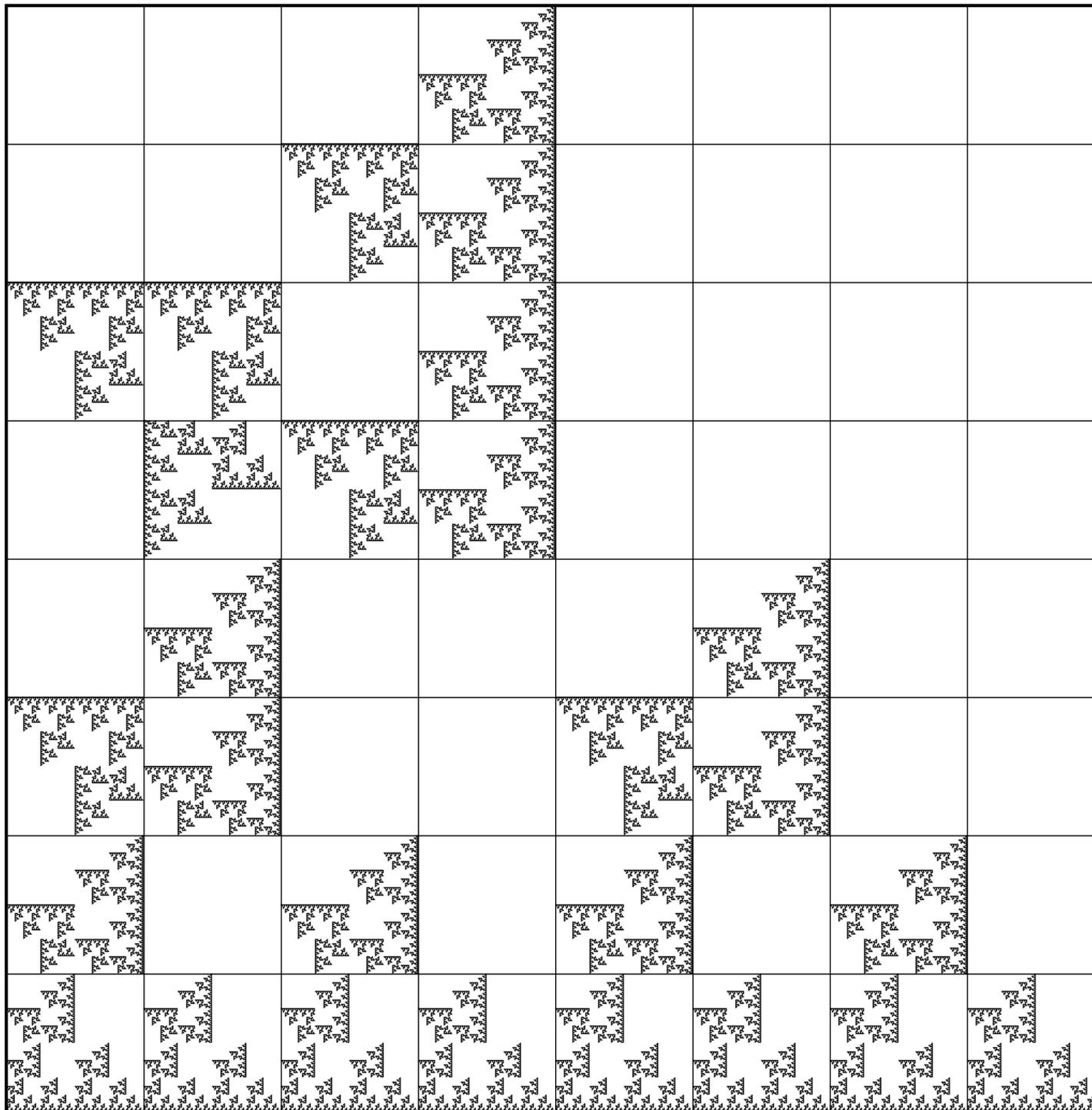
(allgemeine)
Selbstähnlichkeit:
Im Bild findet man
(immer wieder)
passend verkleinerte
Kopien des
Gesamtbildes.

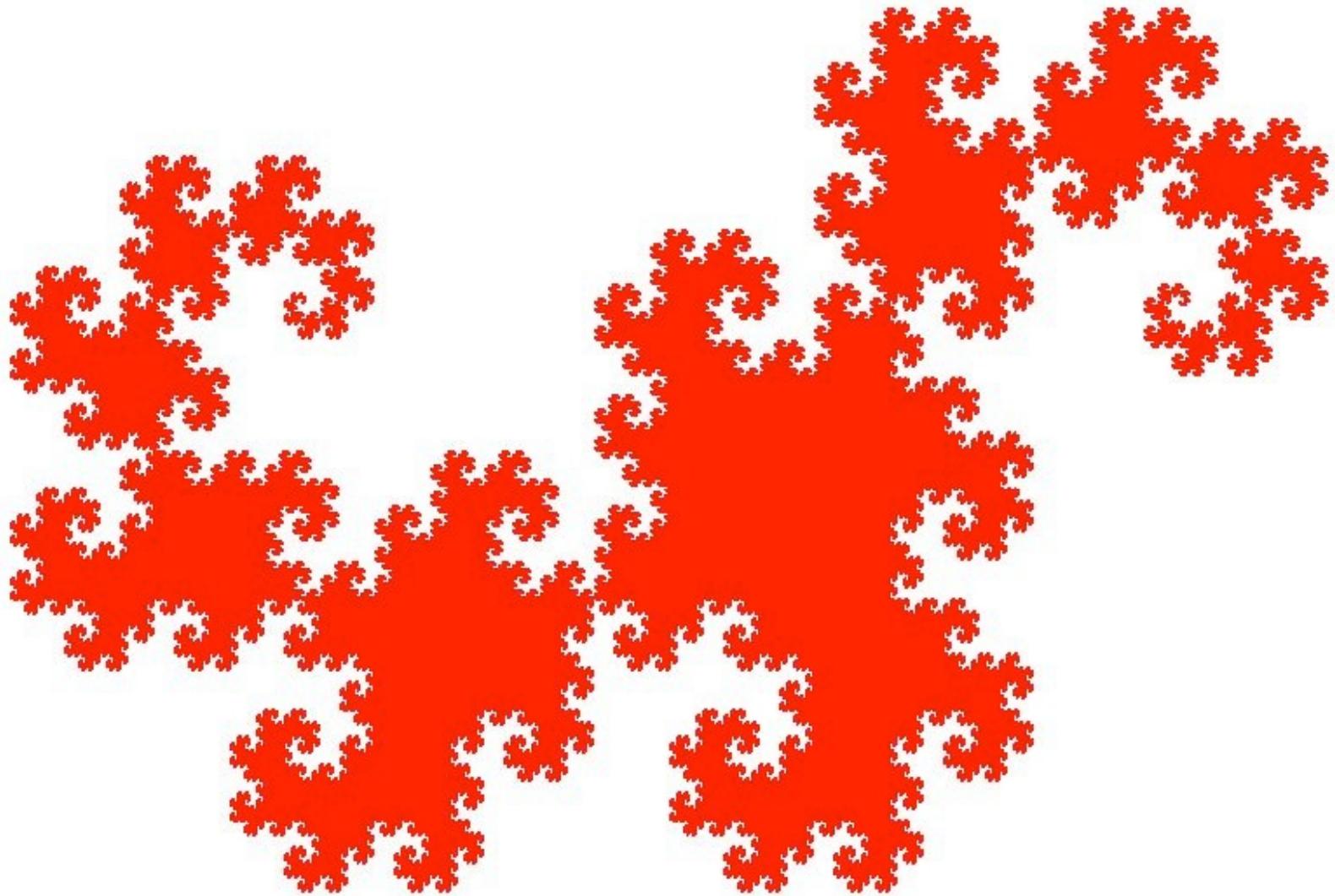
Paradebeispiel

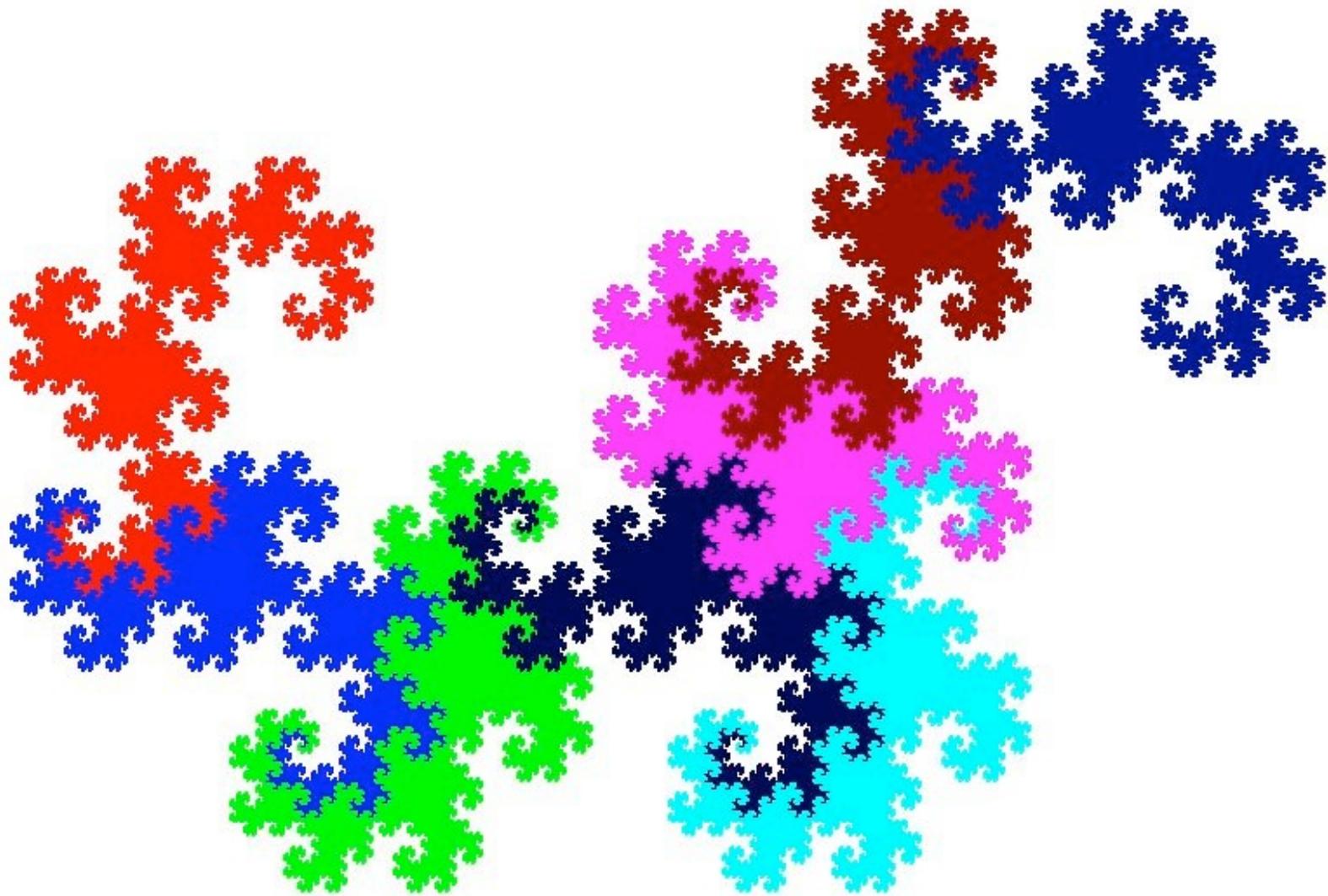


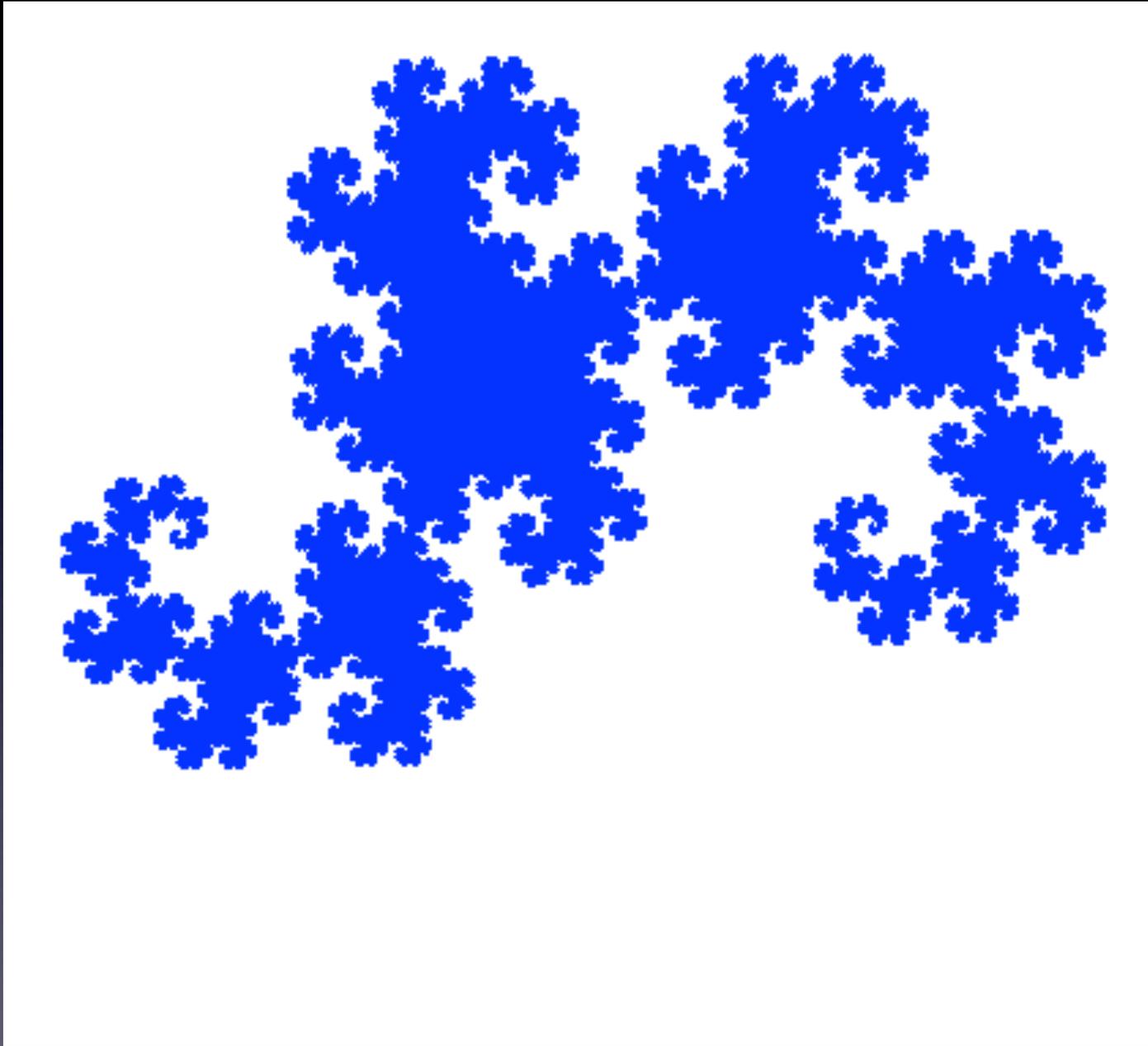
statistische
Selbstähnlichkeit:
Im Bild findet man
(immer wieder)
verkleinerte Kopien des
Gesamtbildes.

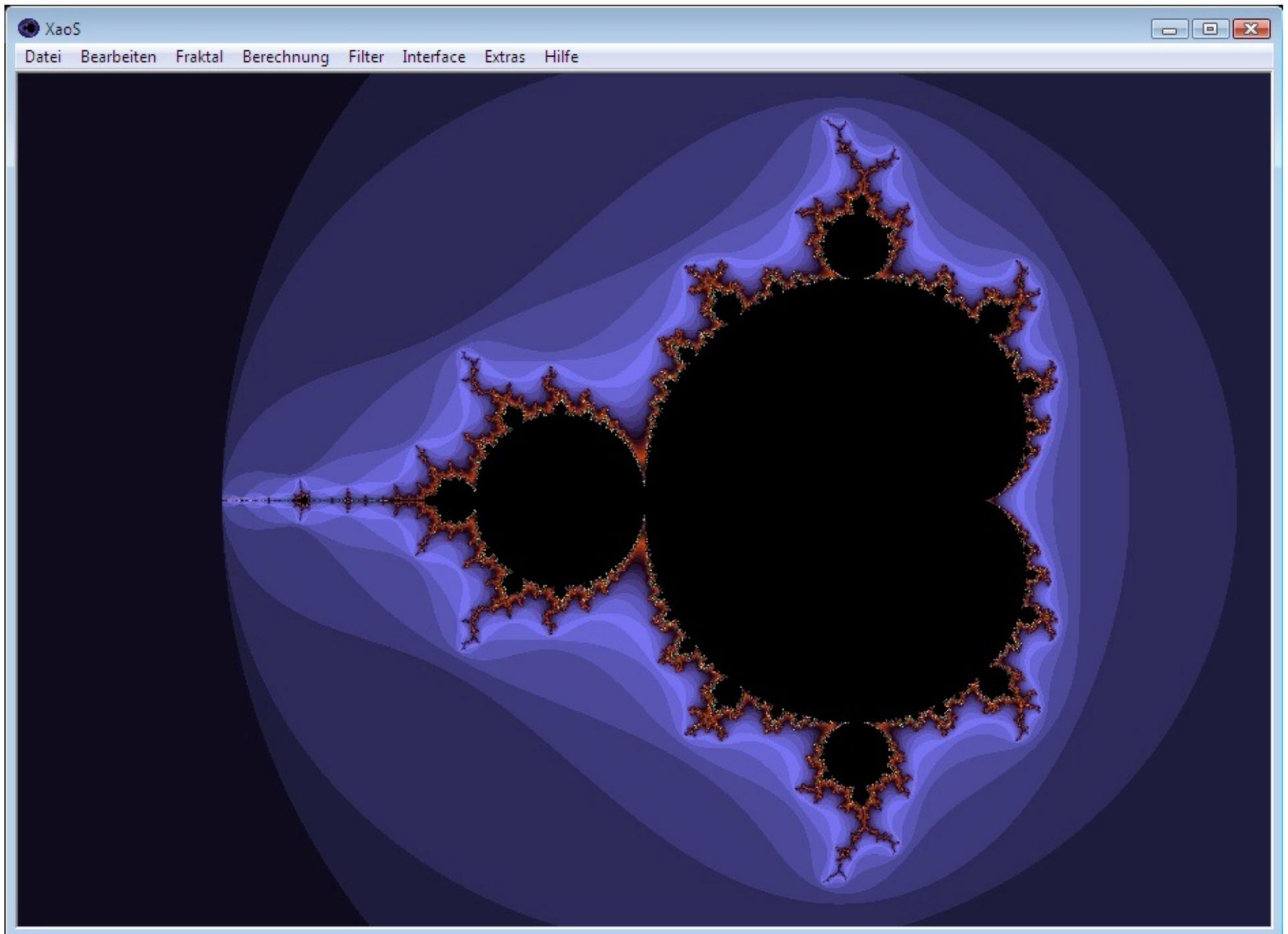
Beispiele



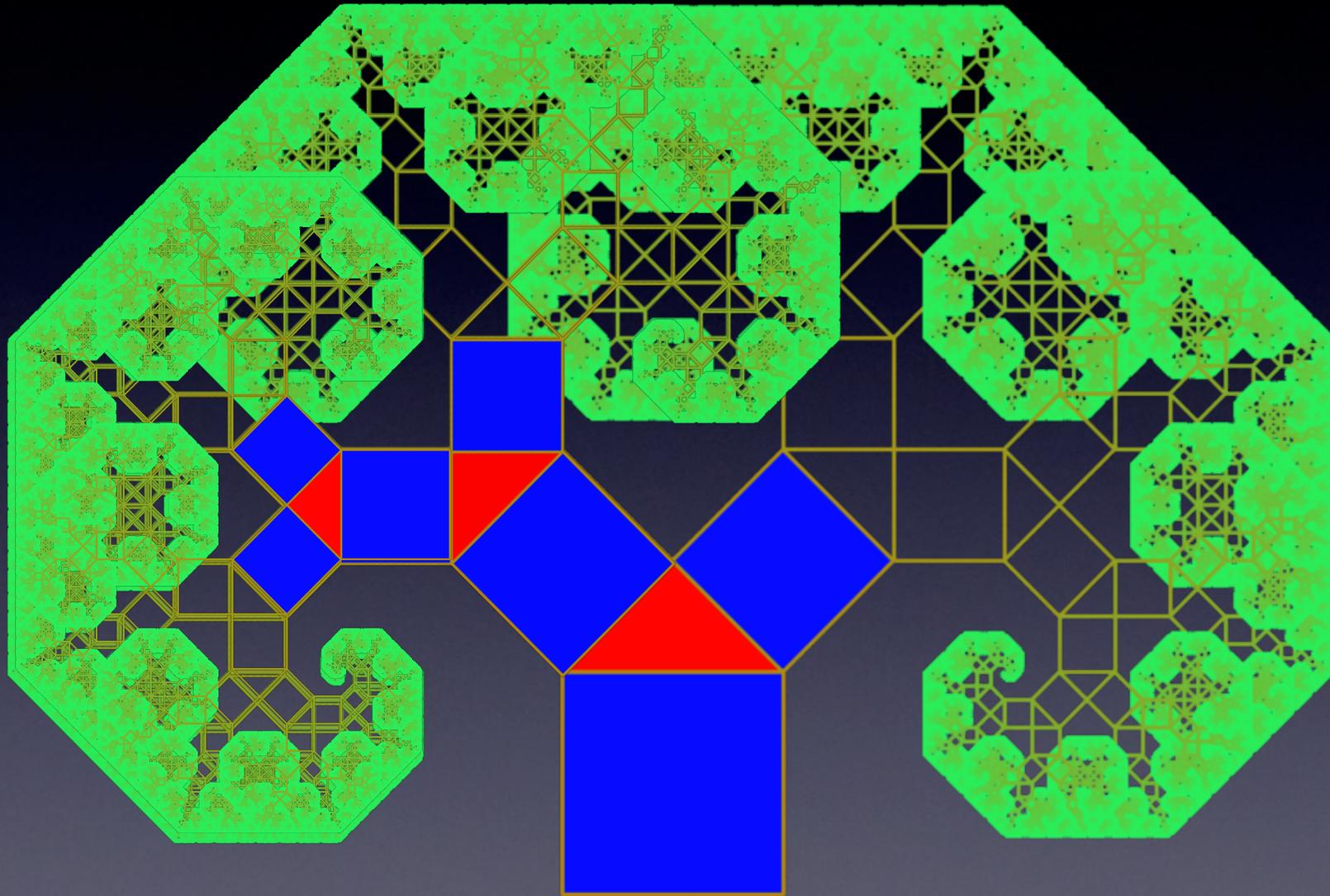




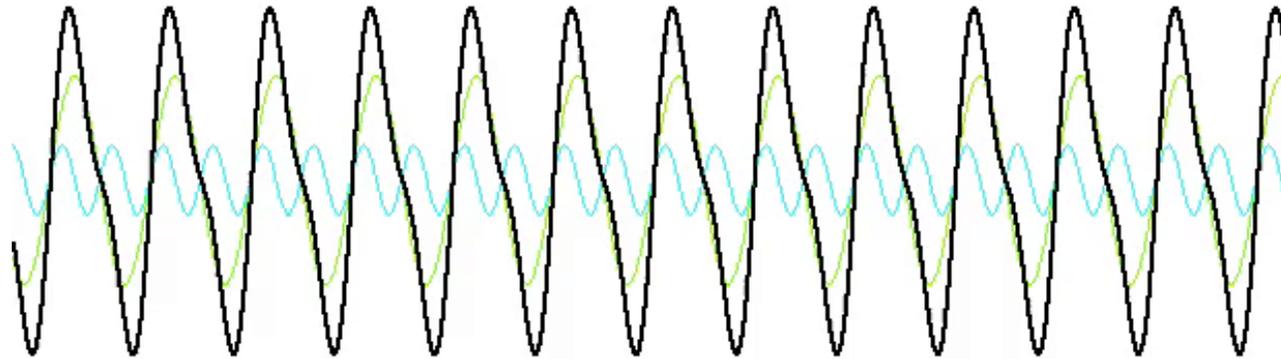








Beispiele



Stichwörter: Shepard tone, Risset-Ton