



Mathematisches Denken und Lehren 1

11. Übung Wiederholung, Umwandlung in andere Zahlsysteme

Präsenzübungen (für Di, 13.1.)

- 1. Üben Sie das Umwandeln von Zahlen in beide Richtungen und mit allen Algorithmen.
- 2. (Zusatzaufgabe für die, die die Übungen unter 1. beherrschen) Wandeln Sie 1011010010₂ um in das Vierersystem und das Achtersystem. Das können Sie machen, ohne über das Zehnersystem zu gehen (*dieser (umständlichere) Weg ist immer möglich*). Beachten Sie dazu die Stellenwerttafel:

512=83	64=82			8			1		
256=44		64=4 ³		16=42		4		1	
512=29	256=28	128=27	64=26	32=25	16=24	8=23	4=22	2	1

Wandeln Sie umgekehrt 7658 in das Zweiersystem um.

3. Wiederholung Goldener Schnitt

Sie kennen für den goldenen Schnitt die definierende Gleichung $\varphi^2 = 1 - \varphi$. Für den goldenen Schnitt kann man den Zusammenhang $\varphi^5 = 5\varphi - 3$ herleiten.

- a. Rechnen Sie $\varphi^5 = 5\varphi 3$ näherungsweise mit dem Taschenrechner nach $(\varphi_{\approx 0,618})$.
- b. Leiten Sie über die definierende Gleichung den Zusammenhang $\varphi^5 = 5\varphi 3$ her. (Hinweis: $\varphi^5 = \varphi^2 \cdot \varphi^2 \cdot \varphi$ Ersetzen Sie hier und dann immer wieder φ^2 durch die definierende Gleichung.)
- c. Setzen Sie in $5\varphi 3$ die Zahl $\varphi = \frac{\sqrt{5} 1}{2}$ ein und vereinfachen Sie den Ausdruck.

(keine Näherungszahlen, $\sqrt{5}$ beibehalten) Berechnen Sie dann für den vereinfachten Ausdruck mit dem Taschenrechner die Näherungszahl und vergleichen Sie sie mit den Ergebnissen aus a.

Hausübungen (Abgabe: Do, 15.1., das ist das vorletzte Übungsblatt)

- 4. Wandeln Sie mit dem angegebenen Algorithmus die Zahlen um:
 - a. 2015_{10} in das Fünfersystem mit dem Ausschöpfungsalgorithmus.
 - b. 2015₁₀ in das Neunersystem mit dem Divisionsalgorithmus.
 - c. 2015₈ in das Zehnersystem durch direktes Rechnen mit den Stellenwerten.
 - d. 2015₁₂ in das Zehnersystem durch fortgesetzte Multiplikation.
 - e. 2015₉ in das Dreiersystem mit beliebigen Algorithmen.
 - f. 100011011₂ in das Vierersystem mit beliebigen Algorithmen.

5. Nullen am Ende

Aus dem Zehnersystem ist Ihnen vertraut, dass man bei einer Multiplikation mit 10 nur eine Null anhängen muss: $53 \cdot 10 = 530$.

- a. Hängt man im Siebenersystem an 537 eine Null an, so erhält man 5307. Wandeln Sie beide Zahlen in das Zehnersystem um und berechnen Sie, um welchen Faktor die größere Zahl gegenüber der kleineren Zahl vergrößert wurde.
- b. Vergleichen Sie ebenso $4A_{12}$ mit $4A0_{12}$.
- c. Welche Veränderung bewirkt also das Anhängen einer Null, wenn man Zahlen im Basissystem zur Basis *b* schreibt? Erläutern Sie das.
- d. Vergleichen Sie entsprechend 12₃ mit 1200₃. Was bewirkt also das Anhängen von zwei Nullen? Erläutern Sie das für ein allgemeines Basissystem zur Basis *b*.

6. Teilbarkeitsregel

- a. Wandeln Sie alle Zahlen des Einmaleins der Neun um in das Sechsersystem.
- b. Schreibt man Zahlen im Zehnersystem, so gilt die Teilbarkeitsregel "Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist." Erläutern Sie am Beispiel $54_{10} = xxx_6$, dass die Quersummenregel nicht mehr gilt, wenn man Zahlen im Sechsersystem schreibt.
- c. Formulieren Sie eine Teilbarkeitsregel für die 9 für Zahlen, die im Sechsersystem geschrieben sind.

Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

- 7. Der abgebildete Körper wird von regelmäßigen Vielecken begrenzt.
 - a. Warum ist es kein Archimedischer Körper?

Die "Dose" hat als (sichtbare) obere und (unsichtbare) untere Fläche ein Fünfeck. Die Seiten"wände" sind nach hinten so regelmäßig fortgesetzt, wie man es an der Vorderseite sieht. Verwenden Sie zur Ermittlung der Anzahlen nicht den Eulerschen Polyedersatz. Erläutern Sie Ihre Zählweise.

- b. Wie viele Drei-, Vier- und Fünfecke bilden diesen Körper?
- c. Wie viele Ecken hat er?
- d. Wie viele Kanten hat er?
- e. Prüfen Sie abschließend, ob Ihre Zählungen den Eulerschen Polyedersatz erfüllen.

