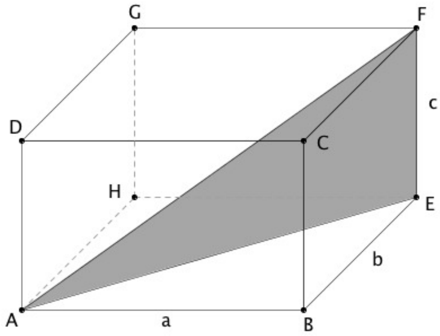
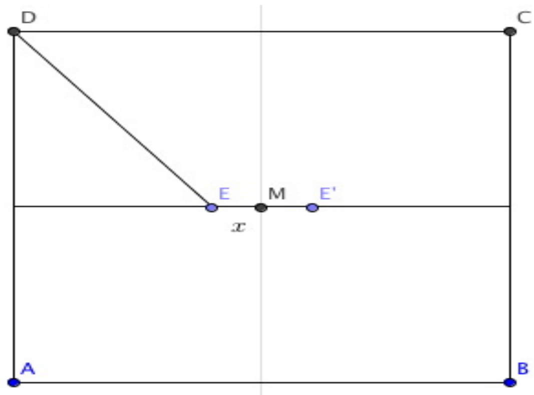
8. Übung
Parkettierung, Polyeder

Präsenzübungen (für Di, 9.12.)



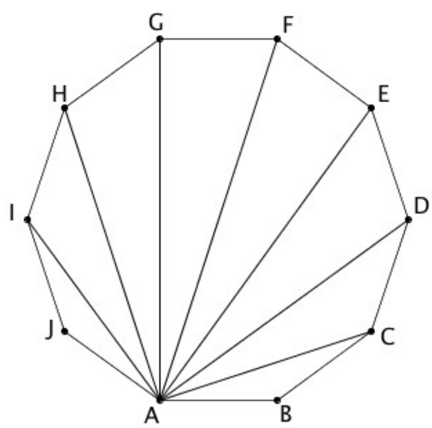
1. Dreidimensionaler Pythagoras
Gegeben ist ein Quader mit den Kantenlängen a, b und c (siehe Abbildung). Die Länge seiner Raumdiagonale $\overline{AF}$ soll berechnet werden. Essentiell dafür ist das Dreieck AEF.
   a. Begründen Sie, dass das Dreieck AEF rechtwinklig ist. Wo ist der rechte Winkel und was ist dann logischerweise die Hypotenuse?
   b. Geben Sie eine Formel an für die Länge von $\overline{AF}$ in Abhängigkeit von den drei Quaderlängen *a*, *b* und *c*.

Hausübungen (Abgabe: Do, 11.12.)



2. Gegeben ist das Rechteck ABCD, mit $\left|AB\right| = 10cm$ und $\left|AD\right| = 8cm$. Zusätzlich ist die waagerechte Mittellinie eingezeichnet, auf der die Punkte E, M und E' liegen. E und E' liegen immer symmetrisch in Bezug auf den Mittelpunkt M. In der Abbildung ist $\overline{EE'}$ kürzer als $\overline{ED}$. Schiebt man nun E nach links, wird $\overline{EE'}$ länger und $\overline{ED}$ kürzer. Es gibt eine Position für E, an der beide Strecken gleich lang sind, also $\left|EE'\right| = \left|DE\right|$ ist.

   Berechnen Sie für diesen Fall die Länge $x = \left|EM\right| = \frac{1}{2}\left|EE'\right|$. Fertigen Sie dann für Ihre Lösung eine Zeichnung an mit den originalen Maßen.

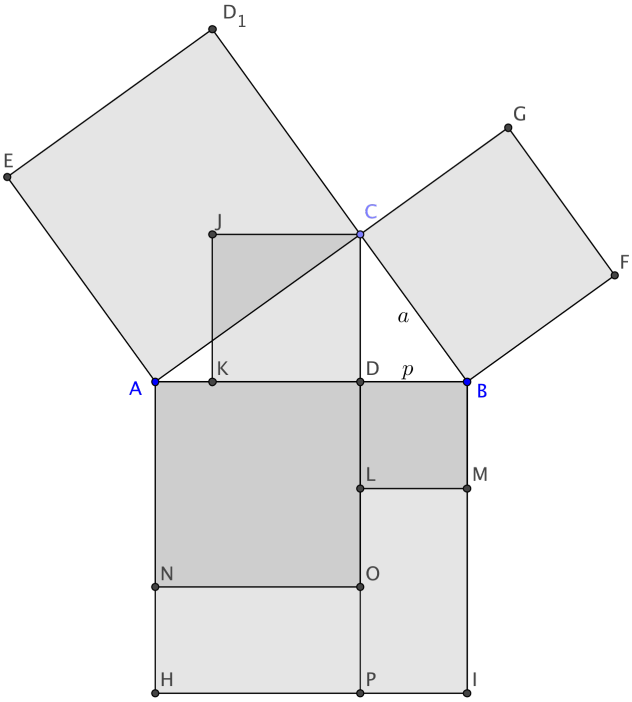


3. regelmäßige Vielecke
Die Abbildung rechts zeigt ein regelmäßiges Zehneck, das in Dreiecke zerlegt ist, deren eine Spitze jeweils bei A liegt. Sind diese Winkel alle gleich groß?
   a. Welche Winkel sind aus Symmetriegründen gleich groß? (*Verwenden Sie die Bezeichnung von*

Winkeln über drei Punkte, z.B. $\sphericalangle$IAJ *für den Winkel ganz links bei A.*)

b. Berechnen Sie für alle Winkel bei A die Größe. (*Hinweis: Suchen Sie nach symmetrischen Vielecken.*)

4. Sie kennen den Satz von Pythagoras und möglicherweise auch den Kathetensatz von Euklid. Mit den üblichen Bezeichnungen ($|\mathrm{AD}| = q$ und $|\mathrm{CD}| = h$ u.s.w.) lauten sie:
$a^2 + b^2 = c^2$ und
$a^2 = pc$ bzw. $b^2 = qc$.
Bei der Benennung der Vierecke (Quadrate) über die Punkte wie in nebenstehender Abbildung lautet dann der Satz von Pythagoras im Dreieck ABC
$|\mathrm{ACD_1E}| + |\mathrm{CBFG}| = |\mathrm{AHIB}|$

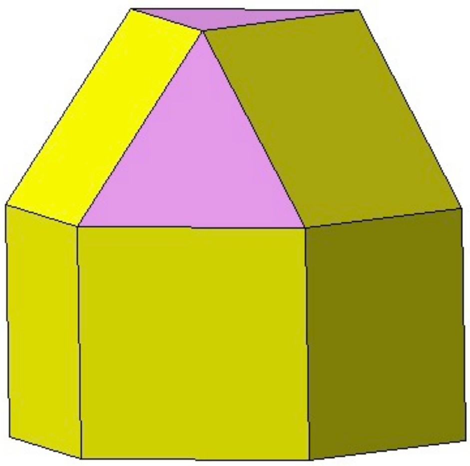


a. Schreiben Sie analog mit den Vierecken die beiden Aussagen des Kathetensatzes auf.
b. Schreiben Sie für die Teildreiecke ADC und CDB den Satz von Pythagoras auf mit Seitenquadraten (z.B. p^2) und Vierecken (z.B. |DLMB|).
c. Begründen Sie, dass die beiden Rechtecke HPON und PIML jeweils die Kantenlängen p und q haben.
d. Begründen Sie nun aus der Abbildung heraus den Höhensatz $h^2 = pq$

Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, ein Modell aus Papier auszuschneiden und es auszuprobieren

5. Das Bild zeigt ein Polyeder, dessen (unsichtbarer) Boden ein regelmäßiges Vieleck ist. Die übrigen Begrenzungsvielecke sind Quadrate und gleichseitige Dreiecke. Der Körper ist hinten mit der gleichen Regelmäßigkeit gebaut, wie sie vorn erkennbar ist.



a. Begründen Sie, dass der Boden ein regelmäßiges Sechseck ist.
b. Wie viele Quadrate und Dreiecke hat der Körper?
c. Wie viele Ecken und Kanten hat der Körper?

Erläutern Sie jeweils, wie Sie zählen.

d. Überprüfen Sie die Eulersche Polyederformel. Vergessen Sie nicht das Sechseck am Boden.