

6. Übung

Geometrie, Pascalsches Dreieck

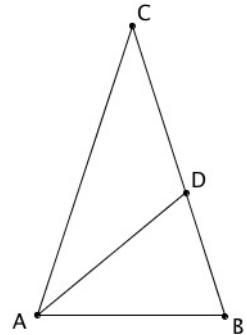
Präsenzübungen (für Di, 25.11.)

1. Gleichschenklige Dreiecke

Gegeben ist das gleichschenklige Dreieck ABC mit $|AC| = |BC|$.

Die Strecke \overline{AD} ist nun so gezeichnet, dass sowohl das Dreieck ABD als auch das Dreieck ADC gleichschenklige sind. Dabei gilt $|AB| = |AD|$ und $|AD| = |DC|$.

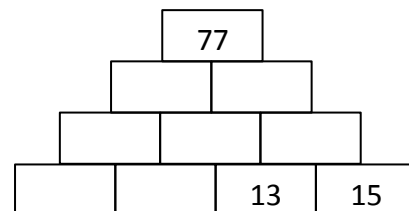
- Aus diesen Angaben sind alle Winkel in ihrer Größe bestimmt. Geben Sie sie in Grad an.
- Begründen Sie, dass das Dreieck ABD ähnlich ist zum Dreieck ABC .
- Zeigen Sie, dass D die Strecke \overline{BC} im goldenen Schnitt teilt. (Nennen Sie die Länge $|AB| = |AD| = |DC| = x$ und die Länge $|BC| = 1$. Nun müssen Sie nur noch zeigen, dass $x = \varphi$ ist.)



Hausübungen (Abgabe: Do, 27.11.)

- Sie haben in der Vorlesung erfahren, wie die explizite Formel für den Binomialkoeffizienten $\binom{n}{k}$ lautet und wie man ihn ausrechnen kann. Bei großen Zahlen für n muss man allerdings geschickt vorgehen, da man die Fakultäten mit den üblichen Taschenrechnern nicht ausrechnen kann. Sie können das im Skript zum Pascalschen Dreieck auf S. 20/21 (Abschnitt 1.3.4) nachlesen. Wenden Sie das an für die Berechnung von $\binom{250}{5}$ und erläutern Sie Ihr Vorgehen.
- $\sum_{k=0}^{16} \binom{6+k}{k}$ Welcher „Hockey-Schläger“ wird hier gebildet? (Dieser Hockey-Schläger ist eine Variation zu dem in der Vorlesung.) Machen Sie eine Skizze oder textliche Beschreibung. Was ist das Ergebnis? (Dazu ist es nicht notwendig, dass Sie alle Zahlen der Summe ausrechnen.)

4. Ihre Schüler sollen die nebenstehende Zahlenmauer ausfüllen. Dabei sollen in der untersten Zeile die Zahlen von links nach rechts echt zunehmen, also auch nicht gleich sein.



Als gute LehrerIn wollen Sie natürlich auf alle möglichen Lösungen vorbereitet sein.

- Finden Sie alle und geben Sie sie systematisch an.
 - Welche Überlegungen lassen Sie sicher sein, dass Sie wirklich alle Lösungen erwischt haben?
5. Sie wollen die 15. Fibonacci-Zahl im Pascalschen Dreieck als „Diagonale“ identifizieren. (Siehe das passende Kapitel im Skript)
- Wie lautet die 15. Fibonacci-Zahl?
 - In welcher Zelle, d.h. in welcher Zeile, beginnen Sie am linken Rand?
 - Welche Zahlen sind die nächsten beiden auf dem Weg entlang der „Diagonale“?
 - Welche Zelle ist die letzte Zahl „rechts oben“?
6. Im Pascalschen Dreieck gilt die Gesetzmäßigkeit $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$.
- Setzen Sie $n = 6$ und rechnen Sie damit die Formel konkret nach.
 - Beschreiben Sie mit einem Text den Inhalt der Formel für allgemeines n .
 - Schreiben Sie die Entwicklung von $(a+b)^6$ auf.
 - Setzen Sie in der Entwicklung für $(a+b)^6$ aus Aufgabe c. $a = 1$ und $b = -1$.
 - Fügen Sie nun alles zusammen und begründen Sie, warum $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$ richtig ist.