Dr. Reimund Albers Wintersemester 2014/15

Mathematisches Denken und Lehren 1

5. Übung
Pascalsches Dreieck

Präsenzübungen (für Di, 18.11.)

1. Machen Sie sich folgende Gesetzmäßigkeiten klar:

   a. $n!\cdot(n+1)=(n+1)!$ b. $\frac{n!}{n(n-1)}=(n-2)!$

   c. $(n+2)!\neq n+2!$ d.h. die Klammern dürfen nicht fehlen

   d. $(n+2)!\neq n!+2!$ d.h. man kann die Fakultät nicht auf eine Summe verteilen

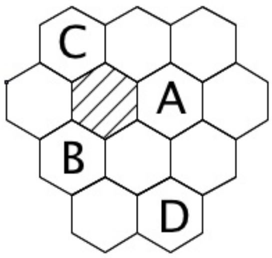
   e. $(2n)!\neq 2!\cdot n!$ d.h. man kann die Fakultät nicht auf ein Produkt verteilen

   f. $\binom{n}{k}\cdot\frac{n-k}{k+1}=\binom{n}{k+1}$

Hausübungen (Abgabe: Do, 20.11.)

2. Die Abbildung rechts zeigt einen Ausschnitt aus dem Pascalschen Dreieck. Die schraffierte Zelle hat die „Koordinaten" $\binom{n-1}{k}$.

   Welche Zellen sind dann A, B, C bzw. D?



3.

   a. Angenommen, Sie entwickeln $(a+b)^n$ und kommen auf den Summanden $x\,a^5b^7$.

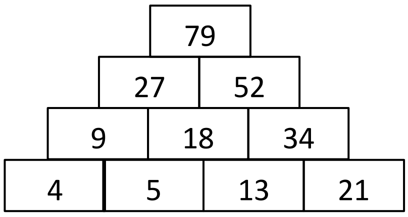
      i. Wie groß ist dann n im Exponenten der Klammer?

      ii. Wie groß ist der Faktor x? Berechnen Sie x mit der expliziten Formel und schauen Sie im Bild zum Pascalschen Dreieck nach.

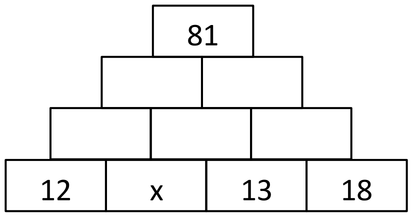
      iii. Wie lautet in der systematischen Entwicklung der Summand vor $x\,a^5b^7$ und der danach? Berechnen Sie auch hier den Binomialkoeffizienten mit der expliziten Formel

   b. Wenn Sie $(a+b)^n$ entwickeln, kommen Sie auf den Summanden $y\,a^rb^{12}$. Wie groß ist r? Was ist y? *(Beide Lösungen sind keine konkrete Zahl, sondern Ausdrücke, in denen n als Variable vorkommt.)*

4. Das Pascalsche Dreieck schlägt sich in der Grundschule im Aufgabenformat „Rechenmauern“ nieder. Hier wird allerdings von <u>unten nach oben</u> gerechnet. Die Abbildung zeigt eine Rechenmauer mit vier Basissteinen und 79 an der Spitze.



   a. Ändern Sie die Zahl unten links (die 4) um +/- 1 ab und beschreiben Sie die Veränderung an der Spitze. Gehen Sie so alle vier Zahlen an der Basis systematisch (Änderung um +/- 1) durch.
   b. Mit welcher Strategie könnte man demnach aus der gegebenen Rechenmauer eine weitere, andere konstruieren, die ebenfalls 79 an der Spitze hat.
   c. Stellen Sie für das *x* in der zweiten Rechenmauer eine Gleichung auf und lösen Sie die.



5. Im Pascalschen Dreieck gilt die Gesetzmäßigkeit $\binom{n}{k}+2\binom{n}{k+1}+\binom{n}{k+2}=\binom{n+2}{k+2}$.
   a. Machen Sie dazu zwei konkrete Beispiele mit $n = 6$ und $n = 7$ *(das k dürfen Sie sich selbst ausdenken)*.
   b. Beweisen Sie diese Formel.
   (Sie brauchen dazu nur die Additionsregel im Pascalschen Dreieck.)

6. Was ist in der nachfolgenden Umformung falsch?

$a=29 \qquad b=30$

(1) $b-a=1$

(2) $(b-a)^2=b-a$

(3) $b^2-2ab+a^2=b-a$

(4) $b^2-ab-b=ab-a^2-a$

(5) $b(b-a-1)=a(b-a-1)$

(6) $b=a$

Sie können so etwas zum Geburtstag verschenken, um dem Geburtstagskind tröstend zu beweisen, dass es gar nicht älter geworden ist.

   a. Erläutern Sie Zeile für Zeile, welche Umformung vorgenommen wurde.
   b. Da in (1) klar und richtig darauf hingewiesen wird, dass zwischen *a* und *b* ein Unterschied von 1 besteht, kann (6) nicht richtig sein. Wo hat sich der Fehler eingeschlichen?