

Korrektoren gesucht für Mathematik-Olympiade
3. und 4. Klasse
Sa, 21. Februar 11Uhr, MZH 5210

Zusätzliche Plena

10 Feb. 13:00 - 15:00 Uhr Didaktiklabor

13 Feb. 10 - 12 Uhr MZH 6240

anmelden bei dreid@math.uni-bremen.de

Logik

Wenn eine Zahl durch 24 teilbar ist, dann ist sie auch durch 4 und 6 teilbar.

A. Eine Zahl ist durch 24 teilbar

B. " " " " 4 " "

C. " " " " 6 "

$A \Rightarrow B \text{ und } C$
Kontraposition

$\neg(B \text{ und } C) \Rightarrow \neg A$

$\neg B \text{ oder } \neg C \Rightarrow \neg A$

Wenn eine Zahl nicht durch 4 oder nicht durch 6 teilbar ist, dann ist

Sie auch nicht durch 24 teilbar

Umkehrung

Wenn eine Zahl durch 4 und durch 6 teilbar ist, dann ist sie auch durch 24 teilbar.

Die Aussage ist nicht immer wahr

12: durch 4 und 6 teilbar, aber nicht durch 24

48: durch 4 und 6 teilbar und auch durch 24

Verneinung einer Implikation

$$\neg(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow A \text{ und } \neg B$$

| A | B | C | $A \Rightarrow B \text{ und } C$ | | | | $\neg B \text{ oder } \neg C \Rightarrow \neg A$ | | | | |
|---|---|---|----------------------------------|---|---|---|--|---|---|---|---|
| w | w | w | w | w | w | w | f | f | f | w | f |
| w | w | f | - | | | | | | | | |
| w | f | w | - | | | | | | | | |
| w | f | f | w | f | f | f | w | w | w | f | f |

| | | | | | | | |
|----------|---|---|---|---|----|----|----|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| f_k | 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 13 |
| Σ | 1 | 2 | 4 | 7 | 12 | 20 | |

$$\sum_{k=1}^n f_k = f_{n+2} - 1$$

Beweis mit vollständiger Induktion $f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n = f_{n+2} - 1$

Induktionsanfang

$n=1$ linke S. $\sum_{k=1}^1 f_k = f_1 = 1$ rechte Seite $f_3 - 1 = 2 - 1 = 1$
 Stimmt

Ind. voraus. $\sum_{k=1}^m f_k = f_{m+2} - 1$

Ind. behaupt. $\sum_{k=1}^{m+1} f_k = f_{m+3} - 1$ $f_{m+1} + f_{m+2} = f_{m+3}$

Beweis: $\sum_{k=1}^{m+1} f_k = \sum_{k=1}^m f_k + f_{m+1}$
 $= f_{m+2} - 1 + f_{m+1} = f_{m+3} - 1 \quad \square$

$3 \equiv 3 \pmod{11}$
 $9 \equiv -2 \pmod{11}$
 $27 \equiv -6 \equiv 5 \pmod{11}$
 $81 \equiv 4 \pmod{11}$
 $243 \equiv 12 \equiv 1 \pmod{11}$
 $729 \equiv 3 \pmod{11}$
 periodische Wiederholung

$10^{16} \equiv x \pmod{97}$
 $100 = 10^2 \equiv 3 \pmod{97}$
 $10^{16} \equiv 3^8 \pmod{97}$ (hoch 8)
 $3^8 = 3^4 \cdot 3^4 = 81 \cdot 81$
 $\equiv (-16) \cdot (-16) \pmod{97}$
 $\equiv 256 \pmod{97}$
 $\equiv 200 + 56 \pmod{97}$
 $\equiv 6 + 56 \pmod{97}$
 $\equiv 62 \pmod{97}$