

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2} \quad a, b, c \in \mathbb{N} \\ \geq 3$$

$$a=3 \quad \frac{1}{5} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{6} - \frac{1}{c} = \frac{c-6}{6 \cdot c} \Rightarrow b = \frac{6 \cdot c}{c-6}$$

$$c=7 \Rightarrow b=42$$

Es gibt folgende Lösungen

~~3 7 42~~, ~~3 8 24~~, ~~3 9 18~~, ~~3 10 15~~,

3 12 12, ~~4 5 20~~, 4 6 12, 4 8 8,

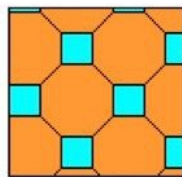
~~5 5 10~~, 6 6 6 **keine globale Lösung**

4 Vielecke in einem Knoten

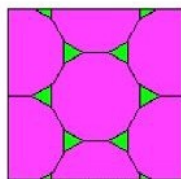
3 3 4 12, 3 3 6 6, 3 4 4 6, 4 4 4 4

5 Vielecke in einem Knoten

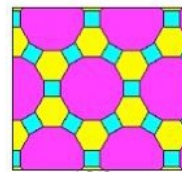
3 3 3 3 6, 3 3 3 4 4



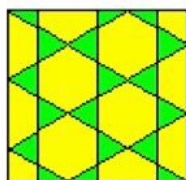
4 8 8



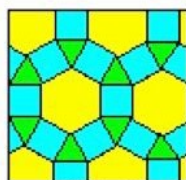
3 12 12



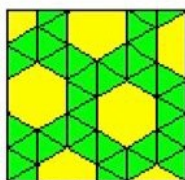
4 6 12



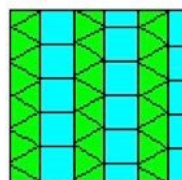
3 6 3 6



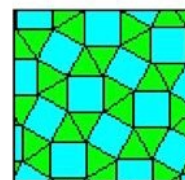
3 4 6 4



3 3 3 3 6



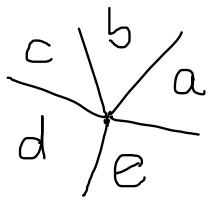
3 3 3 4 4



3 3 4 3 4

Die 8 Archimedischen Parkette
„mathematische Basteleien“

→ homogene Parkette



$$\beta_a + \beta_b + \beta_c + \beta_d + \beta_e = 360^\circ$$

$$180^\circ \left(1 - \frac{2}{a}\right) + 180^\circ \left(1 - \frac{2}{b}\right) + \dots + 180^\circ \left(1 - \frac{2}{e}\right) = 360^\circ$$

$$\left(1 - \frac{2}{a}\right) + \left(1 - \frac{2}{b}\right) + \left(1 - \frac{2}{c}\right) + \left(1 - \frac{2}{d}\right) + \left(1 - \frac{2}{e}\right) = 2 \quad | -5$$

$$-\frac{2}{a} - \frac{2}{b} - \frac{2}{c} - \frac{2}{d} - \frac{2}{e} = -3 \quad | :(-2)$$

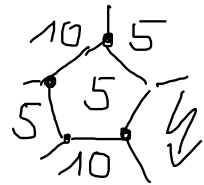
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} = \frac{3}{2}$$

Fall 5 5 10

$$\beta_5 = 180^\circ \frac{n-2}{n} = 180^\circ \frac{3}{5} = 108^\circ$$

$$\beta_{10} = 180^\circ \frac{8}{10} = 144^\circ$$

$$108^\circ + 108^\circ + 144^\circ = 360^\circ$$



Nicht jede lokale Lösung
(Winkel um einen Knoten 360°)
führt zu einer globalen Lösung
Bei drei Vielecken an einem Knoten
gilt: Ist eine Eckenzahl ungerade
und sind die anderen beiden ver-
schieden, gibt es keine globale Lösung

Regelmäßige Vielecke und Körper

„Bauvorschriften“

- Die Seitenflächen sind regelm. Vielecke
 - Alle Seitenflächen sind kongruent zuein.
 - Alle Knoten sind gleichartig
- 5 Platonische Körper

Winkelbedingung: Winkelsumme $< 360^\circ$
In jedem Knoten müssen mindestens
3 Flächen zusammenstoßen

Vielecke	Anz pro Knoten	Winkel pro Knoten	Körper
3-Ecke	3	$3 \cdot 60^\circ = 180^\circ$	Tetraeder
	4	$4 \cdot 60^\circ = 240^\circ$	Oktaeder
	5	$5 \cdot 60^\circ = 300^\circ$	Ikosaeder
 	6	$6 \cdot 60^\circ = 360^\circ$	
4-Ecke	3	$3 \cdot 90^\circ = 270^\circ$	Hexaeder (Würfel)
 	4	$4 \cdot 90^\circ = 360^\circ$	
5-Ecke	3	$3 \cdot 108^\circ = 324^\circ$	Dodekaeder
6-Ecke	3	$3 \cdot 108^\circ = 432^\circ$	
6-Ecke	3	$3 \cdot 120^\circ = 360^\circ$	
7-Ecke	3	$3 \cdot \beta$ mit $\beta > 120^\circ$ also $3\beta > 360^\circ$	