

Regelmäßige Vielecke

reguläre Polygone

In einem regelmäßigen Vieleck sind alle Seiten gleich lang und alle Winkel gleich groß.

Zusammenhang Eckenzahl n und Innenwinkel β

$$n=3 \Rightarrow \beta=60^\circ$$

$$n=4 \Rightarrow \beta=90^\circ$$

$$n=6 \Rightarrow$$

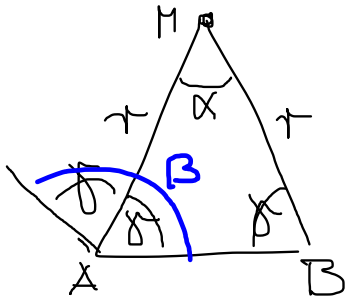


n Ecken

n „Tortestücke“

Kongruente

$$n \cdot \alpha = 360^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{360^\circ}{n}$$



$$\alpha + 2\gamma = 180^\circ$$

$$2\gamma = 180^\circ - \alpha$$

$$= 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$$

$$\beta = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$$

$$= 180^\circ \left(1 - \frac{2}{n}\right)$$

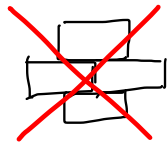
$$= 180^\circ \frac{n-2}{n}$$

n	β
3	60°
4	90°
5	108°
6	120°
8	135°

Parkettierungen

Die Ebene wird mit geometrischen Figuren parkettiert, wenn diese ohne Lücken oder Überlappungen aneinander gelegt werden können

Zusätzliche Forderung: Es gibt Knoten



d.h. Ecken stoßen mit Ecken zusammen

Platonisches Parkett

Die Figuren sind regelmäßige Vielecke und es wird nur eine Sorte verwendet.

Es gibt nur die Parkettierung mit regelmäßigen 3-, 4- und 6 Ecken

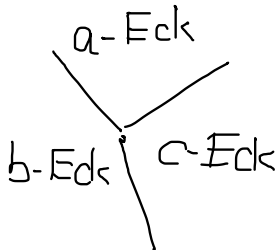
Archimedische Parkettierung

- Figuren sind regelmäßige Vielecke
- es dürfen verschiedene Sorten verwendet werden
- Alle Knoten haben die gleiche Struktur

Systematische Suche

3 Vielecke stoßen in einem Knoten

zusammen



$$\beta_a + \beta_b + \beta_c = 360^\circ$$

$$180^\circ \left(1 - \frac{2}{a}\right) + 180^\circ \left(1 - \frac{2}{b}\right) + 180^\circ \left(1 - \frac{2}{c}\right) = 360^\circ$$

$$1 - \frac{2}{a} + 1 - \frac{2}{b} + 1 - \frac{2}{c} = 2$$

$$3 - \frac{2}{a} - \frac{2}{b} - \frac{2}{c} = 2 \quad | -3$$

$$-\frac{2}{a} - \frac{2}{b} - \frac{2}{c} = -1 \quad | :(-2)$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2} \quad a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$\geq 3$$

$$a=3 \quad \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{6} - \frac{1}{c} = \frac{c-6}{6 \cdot c} \Rightarrow b = \frac{6 \cdot c}{c-6}$$

$$c=7 \Rightarrow b=42$$