Der Binomische Lehrsatz

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \binom{n}{3}a^{n-3}b^3$$
$$\binom{n}{k}a^{n-k}b^k + \cdots + \binom{n}{n-1}a\,b^{n-1} + \binom{n}{n}b^n$$

Speziell $a=b=1$

$$(1+1)^n = 2^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \cdots + \binom{n}{n}$$

Explizite Rechnung

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!} \qquad \text{mit } n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot \ldots\cdot n$$

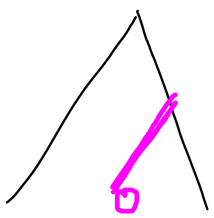
$$\binom{9}{4} = 126 \qquad \frac{\cancel{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}\ 6\cdot 7\cdot \cancel{8}\cdot \cancel{9}^{3}}{1\cdot \cancel{2}\ \cancel{3}\ \cancel{4}\cdot \cancel{1\ 2\ 3\ 4\ 5}} = 6\cdot 7\cdot 3 = 126$$

Rechner: $nCr(9,4)$ oder $9\ nCr\ 4$

$$\binom{10}{3} = \frac{10\cdot \cancel{9}^{3}\ \cancel{8}^{4}}{1\cdot \cancel{2}\cdot \cancel{3}} = 120$$

Die Hockeyschlägerregel

Addiert man die Zahlen in einer Spalte ab der 1, so ist die Summe die Zahl in der „Kelle" des „Hockeyschlägers"



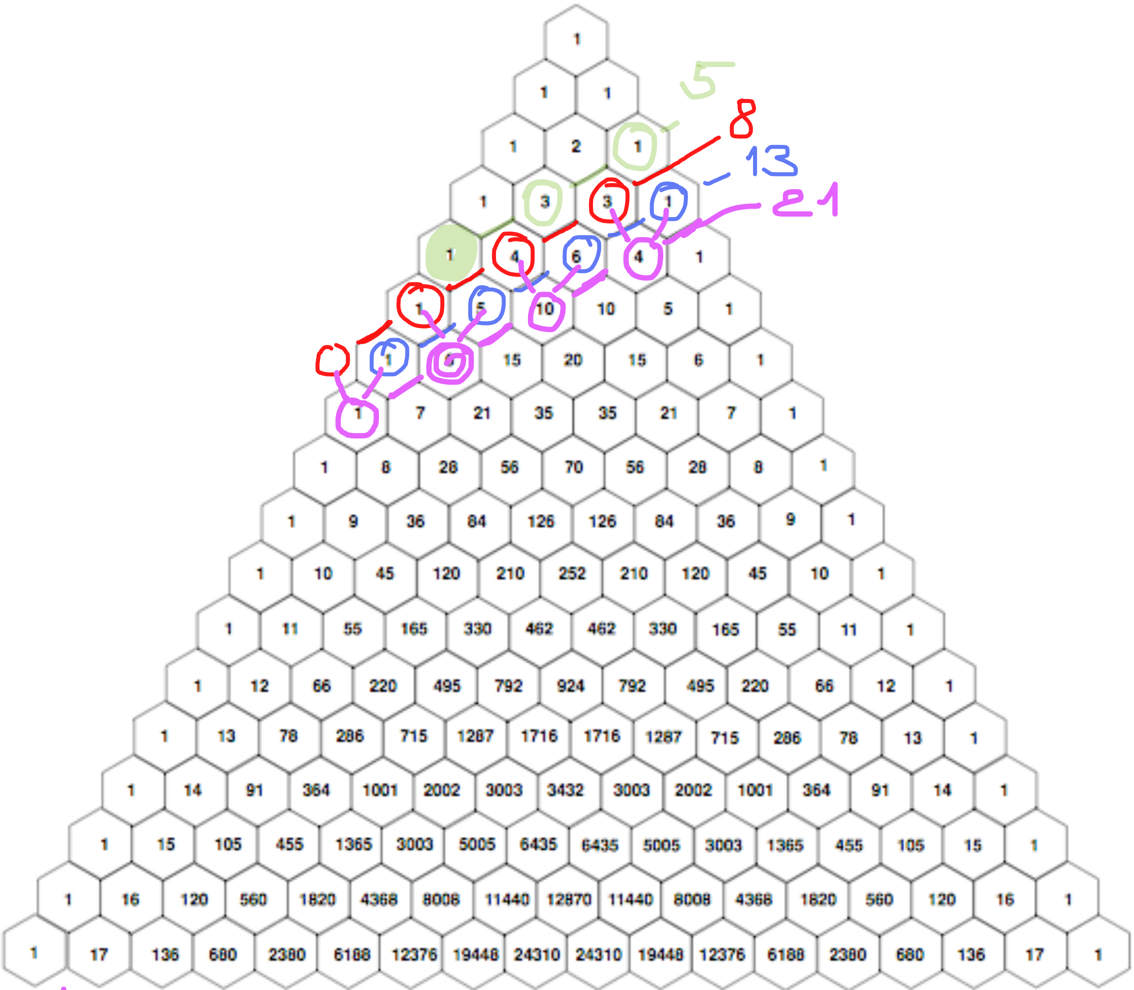
$$\binom{n}{n} + \binom{n+1}{n} + \binom{n+2}{n} + \cdots + \binom{n+L-1}{n} = \binom{n+L}{n+1}$$

L Länge des Stiels

Das Pascalsche Dreieck

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1
1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1
1 14 91 364 1001 2002 3003 3432 3003 2002 1001 364 91 14 1
1 15 105 455 1365 3003 5005 6435 6435 5005 3003 1365 455 105 15 1
1 16 120 560 1820 4368 8008 11440 12870 11440 8008 4368 1820 560 120 16 1
1 17 136 680 2380 6188 12376 19448 24310 24310 19448 12376 6188 2380 680 136 17 1

Das Pascalsche Dreieck



$$\binom{7}{0}+\binom{6}{1}+\binom{5}{2}+\binom{4}{3}\cancel{+\binom{3}{4}}=21=f_8$$

$$\binom{n}{0}+\binom{n-1}{1}+\binom{n-2}{2}+\dots+\binom{\frac{n}{2}}{\frac{n}{2}} \text{ für n gerade}$$

$$+\binom{\frac{n+1}{2}}{\frac{n-1}{2}} \text{ für n unger}$$

$$=f_{n+1}$$