Dr. R. Albers Mathem. Denken u. Lehren 1 WiSe 14/15

11. Übung Lösungen

PRÄSENZÜBUNGEN

1. Stellenwerttafel

T	H	Z	E		
1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$

$$1000 \xleftarrow{\cdot 10} 100 \xleftarrow{\cdot 10} 10 \xleftarrow{\cdot 10} 1$$

$$1000 \xrightarrow{:10} 100 \xrightarrow{:10} 10 \xrightarrow{:10} 1 \xrightarrow{:10} \frac{1}{10}$$

Bewegt man sich in der Stellenwerttafel schrittweise nach links, so wird mit jedem Schritt der Wert mit 10 multipliziert. Folglich wird bei jedem Schritt nach rechts der Wert durch 10 dividiert. Also stehen rechts von den Einern die Zehntel, dann Hundertstel, u.s.w.

Entsprechend gilt im Vierersystem

1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{256}$
0,	1	2	3	2

$$1\cdot\frac{1}{4}+2\cdot\frac{1}{16}+3\cdot\frac{1}{64}+2\cdot\frac{1}{256}$$

$$=\frac{1\cdot 64+2\cdot 16+3\cdot 4+2}{256}$$

$$=\frac{110}{256}=\frac{55}{128}=0{,}4296875$$

HAUSÜBUNG

A2	A3	A4	A5	A6	Σ
4	9	4	4	5	26

2. a) $12.314.174 : 87654 \approx 140{,}4861615$

Berechnung des ganzzahligen Rests

$87654 \cdot 0{,}4861615 \approx 42614{,}00$

Also: $\underline{\underline{12.314.174 = 140 \cdot 87654 + 42.614}}$

b) Die Multiplikation einer 8-stelligen mit einer 7-stelligen Zahl ergibt eine 15-stellige.

Ein (normaler) Taschenrechner mit 12 oder 14 Stellen zeigt das Ergebnis in der Exponentialdarstellung an und rundet auf den letzten Stellen

$$52.123.672 \cdot 7.326.901 = 381.904.984.500.472$$
$$\approx 3{,}819049845 \cdot 10^{14}$$

Die letzten 5 Stellen des exakten Ergebnisses fehlen also.

Also folgender Rechenweg:

$$52.123.672 = 983 \cdot 53012 + \overset{12876}{\cancel{144}} \qquad (1)$$
$$7.326.901 = 138 \cdot 53012 + 11245 \qquad (1)$$

$$\frac{52.123.672 \cdot 7.326.901}{53.012} = \frac{(983 \cdot 53012 + 12876) \cdot (138 \cdot 53012 + 11245)}{53.012}$$
$$= 983 \cdot 138 \cdot 53012 + 983 \cdot 11245 + 12876 \cdot 138 + \frac{12876 \cdot 11245}{53.012}$$

$$\begin{array}{rl} = & 7.191.289.848 \\ + & 11053835 \\ + & 1776888 \\ \hline & 7.204.120.571 \end{array} + \frac{144790620}{53.012}$$
$$7.204.120.571 + 2731 + \frac{14848}{53.012}$$

Also $\underline{\underline{52.123.672 \cdot 7.326.901 = 7.204.123.302 \cdot 53.012 + 14.848}}$ (1)

3. a)
$$\begin{array}{rcr} 1\,A\,B\,4_{12} & \longrightarrow & 3304_{10} \\ +\,2\,7\,6\,3_{12} & \longrightarrow & +\,4539_{10} \\ +\,3_2\,A_2\,B_1\,A_{12} & \longrightarrow & +\,6_1 7_1 6_1 6_{10} \\ \hline 8\,5\,5\,5_{12} \checkmark & \longleftarrow & 14609 \end{array}$$

Re (1,5)
Umw. (2)

b)
$$\begin{array}{rcr} 120210_3 & \longrightarrow & 426_{10} \\ +\,210211_3 & \longrightarrow & 589_{10} \\ +\,122211_3 & \longrightarrow & 4_1 8_1 1_{10} \\ {}_{2\,1\,2\,1} & & \\ \hline 2001102_3 \checkmark & \longleftarrow & 1496_{10} \end{array}$$

Re (1)
Umw. (2)

c.
$$
\begin{array}{rcr}
54321_7 & \rightarrow & 13539_{10} \\
-26252_7 & \rightarrow & -6995_{10} \\
\hline
25036_7 & \leftarrow & 6544_{10}
\end{array}
$$

Re 1

Umw. 1,5

4 Eine Zahl ist durch 45 teilbar, wenn sie durch 5 und durch 9 teilbar ist. D.h. wenn sie auf 5 oder 0 endet und die Quersumme durch 9 teilbar ist. 1

Zusammen mit „ist Schnapszahl" folgt, dass die gesuchte Zahl nur aus Fünfen besteht, denn ...000 ist keine (richtige) Schnapszahl. 1

Wenn die Quersumme durch 9 teilbar sein soll, muss die Anzahl der Fünfen ein Vielfaches von 9 sein. Die kleinste Möglichkeit sind neun Fünfen, also 555555555 1

Probe: $555.555.555 = 45 \cdot 12345679$ 1

5. Kongruente (günstige) Zahlen zu den Zehnerpotenzen berechnen:

$10 \equiv -3 \mod 13$

$100 \equiv 9 \equiv -4 \mod 13$

$1000 \equiv 12 \equiv -1 \mod 13$

$10.000 \equiv 3 \mod 13$

$100.000 \equiv 4 \mod 13$

$1000.000 \equiv 1 \mod 13$

nun periodische Wiederholung 2

Ist 121.013.112 durch 13 teilbar?

Gewichtete QS:

$$\begin{array}{r|ccccccccc} & 1 & 2 & 1. & 0 & 1 & 3. & 1 & 1 & 2 \\ \text{Gewichte} & -4 & -3 & 1 & 4 & 3 & -1 & -4 & -3 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$-4-6+1+0+3-3-4-3+2 = -20+6 = -14$$ (1)

Da die gewichtete QS -14 ist, erkennt man, dass die Ausgangszahl 121.013.112 nicht durch 13 teilbar ist. (0,5)

Der Teilungsrest ist: $-14 = (-2)\cdot 13 + 12$

$\underline{\underline{+12}}$ (0,5)

Probe: $121.013.112 = 9308700 \cdot 13 + 12$

6a. $\underset{\cdot 8\ \cdot 4\ \cdot(-6)\ \cdot 1}{1\,9\,7\,4\,4}$ Rechnung: $9\cdot 8 + 7\cdot 4 - 4\cdot 6 + 4\cdot 1$

$= 72 + 28 - 24 + 4 = 80$

Da 80 durch 16 teilbar ist, ist auch 19744 durch 16 teilbar: $19744 = 1234 \cdot 16$ (1,5)

$\underset{\cdot 8\ \cdot 4\ \cdot(-6)\ \cdot 1}{3\,7\,4\,5\,8}$ Rechnung: $7\cdot 8 + 4\cdot 4 - 5\cdot 6 + 8$

$= 56 + 16 - 30 + 8 = 50$

Da 50 nicht durch 16 teilbar ist, ist auch 37.458 nicht durch 16 teilbar. (1,5)

b. kongruente Zahlen zu den Zehnerpotenzen sind:

$10 \equiv -6 \mod 16$

$100 \equiv 4 \mod 16$

$1000 \equiv 8 \mod 16$

$10.000 \equiv 0 \mod 16$

und alle weiteren Zehnerpotenzen sind $\equiv 0$.

Also sind die Gewichtszahlen für die Stellen:

...	HT	T	H	Z	E
...	0	8	4	-6	1

(2)