8. Übung Lösungen

PRÄSENZÜBUNGEN

1. a. Der Winkel bei E, also $\sphericalangle FEA$, ist ein rechter Winkel. Denn $\overline{AE}$ liegt im „Boden" des Quaders und EF ist senkrecht zum „Boden", also auch senkrecht zu AE. Dann ist $\overline{AF}$ die Hypotenuse im ΔAEF.

   b. $\overline{AE}$ ist die Hypotenuse im Dreieck ABE.

   Also: $\underbrace{a^2 + b^2 = |AE|^2}$

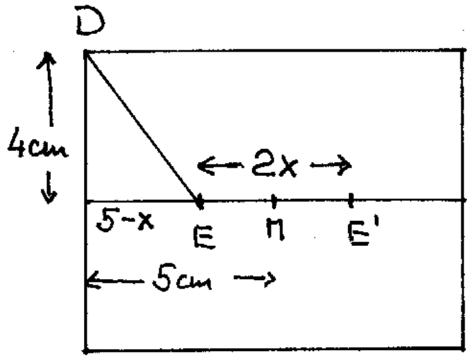
   $\overline{AE}$ ist Kathete im ΔAEF.

   Also: $|AE|^2 + c^2 = |AF|^2$

   $\Rightarrow |AF|^2 = a^2 + b^2 + c^2$

   $\Rightarrow \underline{\underline{|AF| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}}$

HAUSÜBUNGEN



2. $|DE|$ ergibt sich mit dem Satz v. Pyth. zu (in cm)

   $|DE|^2 = 4^2 + (5-x)^2$

   $= 16 + 25 - 10x + x^2$

   $|DE|^2 = x^2 - 10x + 41 \quad (*)$ (1)

   Für $|EE'|$ gilt $|EE'| = 2x \quad (**)$

   Die Bedingung lautet formal: $|DE| = |EE'|$

   quadriert: $|DE|^2 = |EE'|^2$

   $(*), (**)$ einsetzen: $x^2 - 10x + 41 = 4x^2$ (1)

   Diese quadratische Gleichung nach x lösen

$$-3x^2 - 10x + 41 = 0 \qquad | :(-3)$$

$$x^2 + \frac{10}{3}x - \frac{41}{3} = 0 \qquad | \text{ pq - Formel}$$

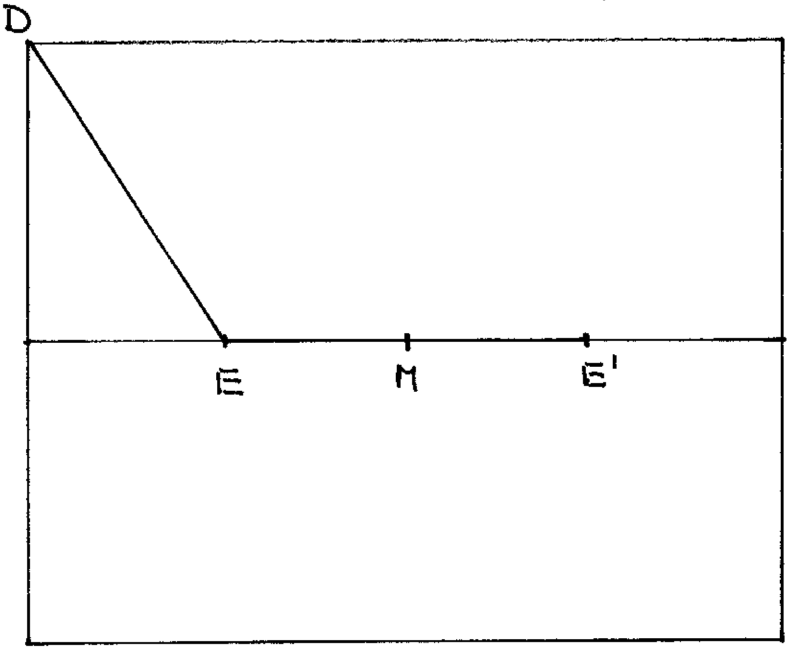
$$x = -\frac{5}{3} \pm \sqrt{\frac{25}{9} + \frac{41}{3} \cdot \frac{3}{3}}$$

$$x = -\frac{5}{3} \pm \frac{1}{3}\sqrt{148}$$

(– ist keine Lösung des geometr. Problems)

$$x = \frac{\sqrt{148} - 5}{3} \approx 2{,}4$$

x ist ca. 2,4 cm lang 1



2

3. In der Figur ist AF die Symmetrieachse.

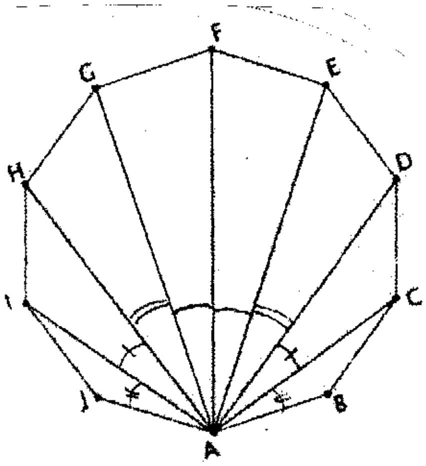
a) Dann gilt

$|\sphericalangle FAG| = |\sphericalangle EAF|$

$|\sphericalangle GAH| = |\sphericalangle DAE|$

$|\sphericalangle HAI| = |\sphericalangle CAD|$

$|\sphericalangle IAJ| = |\sphericalangle BAC|$ 1



b) Der Innenwinkel im 10-Eck ist

$$\beta = 180^\circ \frac{10-2}{10} = 18^\circ \cdot 8 = 144^\circ$$ 1

Das ΔJAI ist gleichschenklig. Also sind die Winkel bei A und I gleich groß.

$144° + 2x = 180° \Rightarrow 2x = 36° \Rightarrow x = 18°$

Also $\underline{\underline{|\sphericalangle IAJ| = 18°}}$ 1

Das Viereck AHIJ ist symmetrisch. Also sind die Winkel bei A und H gleich groß.

$2 \cdot 144° + 2x = 360° \Rightarrow 2x = 72° \Rightarrow x = 36°$

Also ist $|\sphericalangle HAJ| = 36°$. Da $|\sphericalangle IAJ| = 18°$, ist

$\underline{\underline{|\sphericalangle HAI|}} = 36° - 18° = \underline{\underline{18°}}$ 1

Das Fünfeck AGHIJ ist symmetrisch.

Also sind die Winkel $\sphericalangle GAJ$ und $\sphericalangle HGA$ gleich groß.

$3 \cdot 144 + 2x = 540° \Rightarrow 2x = 108° \Rightarrow x = 54°$

Also $|\sphericalangle GAJ| = 54°$ Da $|\sphericalangle HAJ| = 36°$, ist

$\underline{\underline{|\sphericalangle GAH|}} = 54° - 36° = \underline{\underline{18°}}$ 1

Das Sechseck AFGHIJ ist symmetrisch.

Also sind die Winkel $\sphericalangle FAJ$ und $\sphericalangle GFA$ gleich groß.

$4 \cdot 144 + 2x = 720° \Rightarrow 2x = 144 \Rightarrow x = 72°$

Also ist $|\sphericalangle FAJ| = 72°$. Da $|\sphericalangle GAJ| = 54°$, ist

$\underline{\underline{|\sphericalangle FAG|}} = 72° - 54° = \underline{\underline{18°}}$ 1

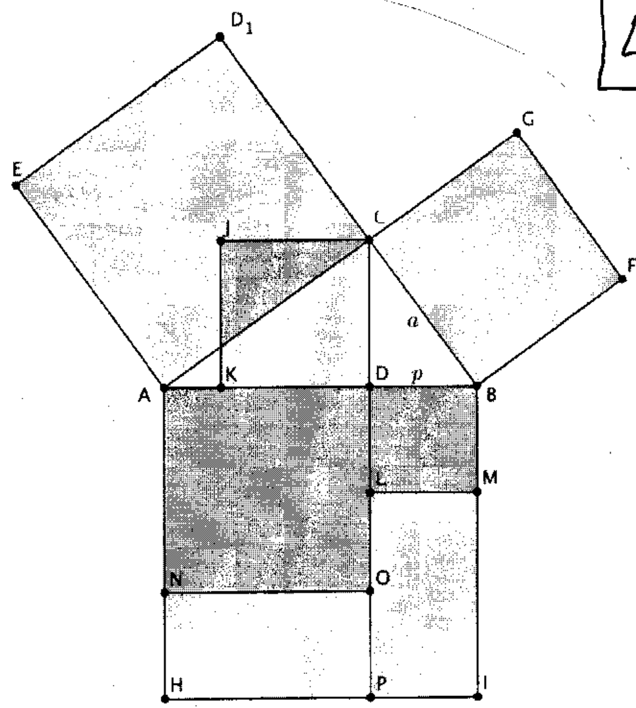
Damit ist gezeigt, dass alle Winkel bei A gleich groß sind.

4. a. $a^2 = p \cdot c$

$|BFGC| = |DPIB|$

$b^2 = q \cdot c$

$|ACD_1E| = |AHPD|$ (1)



b. ΔADC:

$q^2 + h^2 = b^2$

$|ANQD| + |DCJK| = |ACD_1E|$

ΔDBC:

$p^2 + h^2 = a^2$

$|DLMB| + |DCJK| = |BFGC|$ (2)

c. Das Quadrat AHIB über $|AB| = c$ hat die Kantenlänge $|BI| = c$. $|BM| = p$, also ist $|MI| = c - p = q$. $|LM| = |DB| = p$. Also hat das Rechteck PIML die Maße p (Breite) und q (Höhe).

Analog wird von $|AH| = c$ die Länge $|AN| = q$ abgezogen. Also ist $|NH| = c - q = p$.

$|NO| = |AD| = q$. Also hat HPON die Breite q und die Höhe p. (2)

d. Nach dem Satz v. Pyth. gilt im ΔDBC:

$h^2 + p^2 = a^2$ Nach dem Kathetensatz ist $a^2 = p \cdot c$

also $h^2 + p^2 = p \cdot c \Rightarrow h^2 = p \cdot c - p^2 = p(c-p)$

$= p \cdot q$

oder

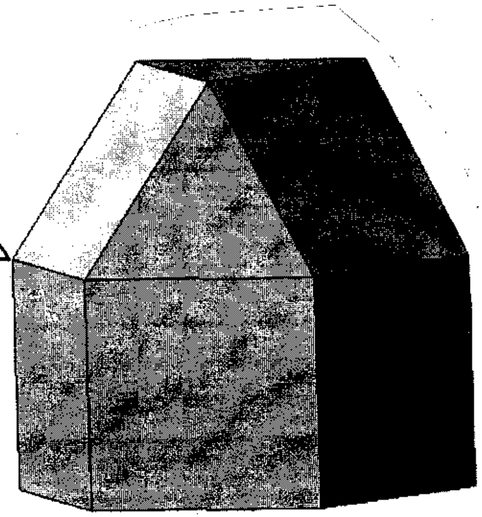
gleich groß

Pyth.: $|DLMB| + \boxed{|KDCJ|} = |BFGC|$

Kathet.: $|DLMB| + \boxed{|LPIM|} = |BFGC|$ (1)

5

5\. a. Vom „Deckel" gehen an den 3 Kanten 3 Quadrate nach unten, an den 3 Ecken gehen 3 Dreiecke nach unten. Also sind es an der mittleren Linie 6 Kanten. Das wiederholt sich am Boden.



(1)

b. Vom „Deckel" gehen 3 Quadrate nach unten.
Unten laufen 6 Quadrate herum. Also insgesamt <u>9 Quadrate</u>.
Von jeder Ecke des „Deckels" geht ~~en~~ ein Dreieck nach unten. Also <u>4 Dreiecke</u> (2)

c. Ecken liegen in drei Schichten

$$\left.\begin{array}{ll}\text{oben:} & 3 \text{ Ecken}\\ \text{Mitte:} & 6 \text{ Ecken}\\ \text{unten:} & 6 \text{ Ecken}\end{array}\right\} \underline{\underline{15 \text{ Ecken}}}$$

(1)

Für die Körperkanten berechnet man erst die Vieleckkanten aus

4 Dreiecke → 12 Kanten
9 Quadrate → 36 Kanten
1 Sechseck → <u>6 Kanten</u>
54 Kanten der Vielecke

Also 54 : 2 = <u>27 Körperkanten</u> (1)

d. $F = 4 + 9 + 1 = 14 \quad E = 15 \quad K = 27$

$F + E = 29 \quad K + 2 = 29$ stimmt (1)

A2	A3	A4	A5	Σ
5	6	6	6	23