



2.4 Archimedische Körper

Lässt man in der Definition der platonischen Körper eine oder mehrere der drei Bedingungen – Regelmäßigkeit der Vielecke, Kongruenz der Vielecke, Identität aller Ecken des Polyeders – fallen, so erweitert man die Menge der auf diese Weise definierten Körper. Wir wollen hier die Forderung nach der Kongruenz aufgeben, die Regelmäßigkeit der Vielecke aber beibehalten.

Regelmäßigkeitsforderung

- die begrenzenden Vielecke sind regelmäßige Vielecke
- alle Ecken sind gleichartig (kongruent), d.h. läuft man um eine Ecke herum, trifft man stets auf dieselben Vielecke

Dann gelangt man zu einer unendlich großen Menge von Polyedern. Ein Beispiel ist der hier abgebildete, klassische Fußball, der aus regelmäßigen Fünf- und Sechsecken besteht.



Ob Franz Beckenbauer wohl weiß, dass er mit einem *archimedischen Körper* spielt?



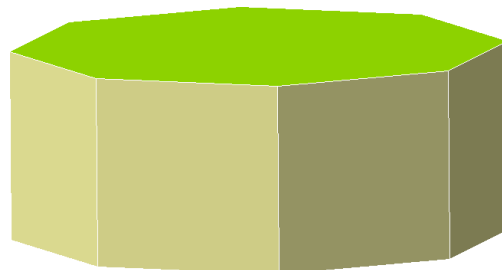
Der Begriff des archimedischen Körpers ist formal schwierig zu erfassen. Wir definieren ihn hier einfach durch Aufzählung der Körper, die man darunter versteht. Die oben genannte Regelmäßigkeitsforderung wird von den archimedischen Körpern erfüllt, aber darüber hinaus von sehr viel mehr Körpern.

Das sind einmal die Platonischen Körper, denn schließlich sind die Eigenschaften eine Abschwächung der Forderungen an einen Platonischen Körper.

An neuen Körpern erhält man

a. Die Prismen

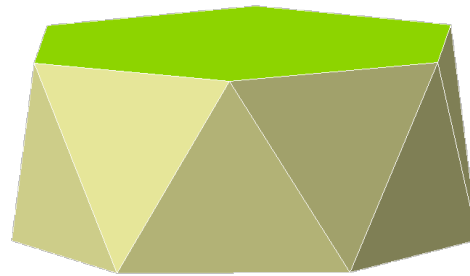
Ein Prisma (in diesem Zusammenhang) hat ein regelmäßiges Vieleck als Grund- und Deckfläche und Quadrate als Seitenflächen. Damit besteht die Oberfläche aus regelmäßigen Vielecken. Zudem hat jede Ecke die gleiche Struktur, denn es stoßen dort immer ein n -Eck und zwei Quadrate zusammen.






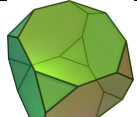
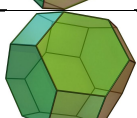
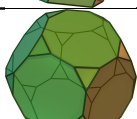
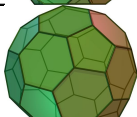
b. Die Antiprismen

Auch hier gibt es eine Grund- und Deckfläche, die aus zwei kongruenten, regelmäßigen Vielecken gebildet werden. Für die Seitenwände nimmt man aber gleichseitige Dreiecke. Auch solch ein Körper erfüllt die Regelmäßigkeitsforderung, denn alle Seitenflächen sind regelmäßige Vielecke und in jeder Ecke stoßen ein n -Eck und drei Dreiecke zusammen.



c Die Archimedischen Körper


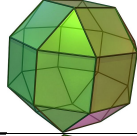
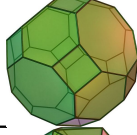
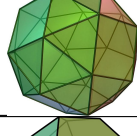
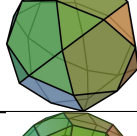
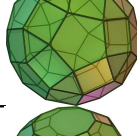
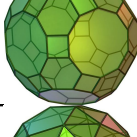
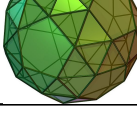
Es gibt insgesamt 13 archimedische Körper; diese sind in den beiden nachfolgenden Tabellen aufgelistet und beschrieben.

Nr.	Körper	Abbildung	Anzahl und Art der Flächen	Anzahl der Kanten	Anzahl der Ecken
1	Abgestumpftes Tetraeder		8 (4 Dreiecke, 4 Sechsecke)	36	24
2	Abgestumpftes Hexaeder		14 (8 Dreiecke, 6 Achtecke)	36	24
3	Abgestumpftes Oktaeder		14 (6 Quadrate, 8 Sechsecke)	36	24
4	Abgestumpftes Dodekaeder		32 (20 Dreiecke, 12 Zehnecke)	90	60
5	Abgestumpftes Ikosaeder		32 (12 Fünfecke, 20 Sechsecke)	90	60

Diese fünf archimedischen Körper wurden dadurch erzeugt, dass man die Ecken eines platonischen Körpers abgeschnitten wurden. Dabei wird aber so wenig abgeschnitten, dass noch Reste der „alten“ Kante übrigbleiben, so dass aus den „alten“ Flächen regelmäßige Vielecke mit doppelter Eckenzahl entstehen. Diesen Vorgang nennt man abstumpfen.

Man kann die Ecken aber auch so weit abschneiden, dass sich die Schnitte in der Mitte der „alten“ Kante treffen. Dieser Vorgang erzeugt aus einem Tetraeder einen Oktaeder, also keinen archimedischen Körper. Oktaeder und Würfel liefern bei diesem Vorgehen den gleichen Körper (Nr. 6) und Dodekaeder und Ikosaeder ebenfalls (Nr. 10)



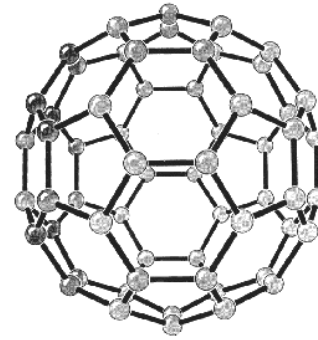
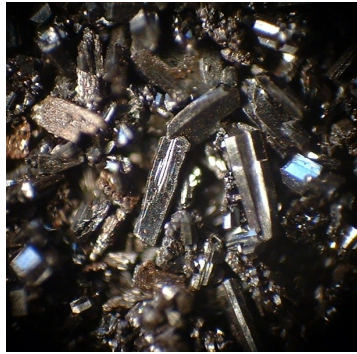
6	Kuboktaeder		14 (8 Dreiecke, 6 Quadrate)	24	12
7	Rhombenkuboktaeder		26 (8 Dreiecke, 18 Quadrate)	48	24
8	Abgestumpftes Kuboktaeder		26 (12 Quadrate, 8 Sechsecke, 6 Achtecke)	72	48
9	Abgeschrägtes Hexaeder		38 (32 Dreiecke, 6 Quadrate)	60	24
10	Ikosidodekaeder		32 (20 Dreiecke, 12 Fünfecke)	60	30
11	Rhomben- ikosidodekaeder		62 (20 Dreiecke, 30 Quadrate, 12 Fünfecke)	120	60
12	Abgestumpftes Ikosidodekaeder		62 (30 Quadrate, 20 Sechsecke, 12 Zehnecke)	180	120
13	Abgeschrägtes Dodekaeder		92 (80 Dreiecke, 12 Fünfecke)	150	60

Die Körper 7, 8, 11 und 12 entstehen durch Abflachen von Ecken und Kanten des Würfels bzw. des Dodekaeders. Diese Prozesse lassen sich am besten in Filmen darstellen, z.B. findet man solche unter <http://www.math.uni-bremen.de/didaktik/ma/ralbers/Materialien/index.html> auf meiner Materialseite.

Zwei Körper schließlich (9, 13) erhält man, indem man beim Hexaeder bzw. Dodekaeder eine Seitenfläche dreht und gleichzeitig verkleinert, so dass die Zwischenräume mit gleichseitigen Dreiecken ausgefüllt werden.

Anwendungen

Der Fußball stellt ein abgestumpftes Ikosaeder dar. Es ist ein Körper mit 60 Ecken. Vor einigen Jahren wurde neue Modifikationen des Kohlenstoff (neben Diamant und Graphit) entdeckt; diese werden als Fullereene bezeichnet. Das Fulleren-Molekül stellt ebenfalls ein abgestumpftes Ikosaeder dar.



Rechts ist das sog. Buckminster-Fulleren dargestellt, ein Molekül, das aus 60 C-Atomen besteht.