



10. Übung

Arbelos, Funktionen

Präsenzübungen für Do, 10.7.

1. Zahlenfolgen als Funktionen

Eine Zahlenfolge ist eine Funktion, deren Definitionsbereich D die natürlichen Zahlen sind und deren Wertebereich in den reellen Zahlen liegt.

- Leiten Sie für die arithmetische Folge a mit $a_{n+1} = a_n + 3$ und $a_1 = 4$ die explizite Darstellung her.
- Leiten Sie für die geometrische Folge g mit $g_{n+1} = g_n \cdot 1,3$ und $g_1 = 1,5$ die explizite Darstellung her.
- Erstellen Sie für beide Folgen eine Wertetabelle für $n = 1, 2, 3, \dots, 10$. Runden Sie dazu die Werte von g auf drei Stellen h. d. Komma.
- Zeichnen Sie diese Zuordnungspaare in ein geeignet skaliertes Koordinatensystem ein.
- Die Werte der geometrischen Folge werden ab einem n_0 größer sein als die Werte der arithmetischen Folge. Ermitteln Sie durch systematisches Probieren, wie groß dieses n_0 ist.

Hausübungen (Abgabe: Fr, 11.7. das ist die vorletzte Übung in diesem Semester)

2. Rechnung und Zeichnung zum Arbelos

- Zeichnen Sie einen Arbelos mit $a = 5$ cm und $b = 3$ cm.
 - Berechnen Sie nun den Radius r des Inkreises mit der von uns hergeleiteten Formel
$$r = \frac{ab(a+b)}{a^2 + ab + b^2}$$
 - Konstruieren Sie in Ihrem Arbelos den Mittelpunkt des Inkreises als Schnitt zweier Linien. Dabei dürfen Sie die in a. berechnete Länge r verwenden.
- Im symmetrischen Arbelos gilt $a = b$. Wie groß ist in diesem Fall der Inkreisradius im Vergleich zum Radius a ? (Nur Rechnung, keine Zeichnung)
- Im „goldenen Arbelos“ teilt der Punkt C die Basislinie AB im goldenen Schnitt, AC sei der Major. Zeigen Sie durch Rechnung (keine Zeichnung), dass dann für den Inkreisradius gilt: $r = \frac{1}{2}a$ (Rechnen Sie genau u. nicht mit der Näherung für φ)

3. Funktionen

Ermitteln Sie für jede Zuordnung den Definitionsbereich und den Wertebereich. Ist die Zuordnung eine Funktion? Geben Sie jeweils eine natürliche Zahl an, die nicht zum Wertebereich gehört.

- Jeder Übungsnummer in diesem Sommersemester wird die Zahl der maximal erreichbaren Punkte zugeordnet.
- Jeder (echt) zweistelligen Quadratzahl wird die Quersumme zugeordnet.
- Jede rationale Zahl zwischen 0 und 1 (ohne diese Grenzen) wird als gekürzter Bruch geschrieben. Dann wird jeder dieser Zahlen die Summe aus Zähler und Nenner zugeordnet. Machen Sie zunächst drei konkrete Zuordnungsbeispiele und beantworten Sie dann die generellen Fragen.
- Jeder Fibonacci-Zahl kleiner als 100 wird die nächst größere Zweierpotenz zugeordnet.

4. Funktionsgraphen durch zwei Punkte

Gegeben sind die beiden Punkte $A\left(-1; \frac{1}{6}\right)$ und $B\left(3; \frac{8}{3}\right)$.

(Hinweis: Die nachfolgenden Aufgaben haben nicht immer „glatte“ Lösungen.)

- Geben Sie die Funktionsgleichung der linearen Funktion an, deren Graph durch beide Punkte läuft.
- Geben Sie die Funktionsgleichung der Exponentialfunktion ($y = a \cdot b^x$) an, deren Graph durch beide Punkte läuft.
- Geben Sie die Funktionsgleichung der quadratischen Funktion ($y = x^2 + bx + c$) an, deren Graph durch beide Punkte läuft.
- Zeichnen Sie (*per Hand oder mit GeoGebra*) alle drei Funktionsgraphen in ein Koordinatensystem.

5. Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, ein Modell aus Papier auszuschneiden und es auszuprobieren

Auf wie viele Arten kann man einen Würfel auf den Tisch legen? Dabei gelten zwei Positionen als verschieden, wenn auf wenigstens einer Orientierungsseite (oben, unten, links, rechts, vorn, hinten) verschiedene Zahlen stehen.