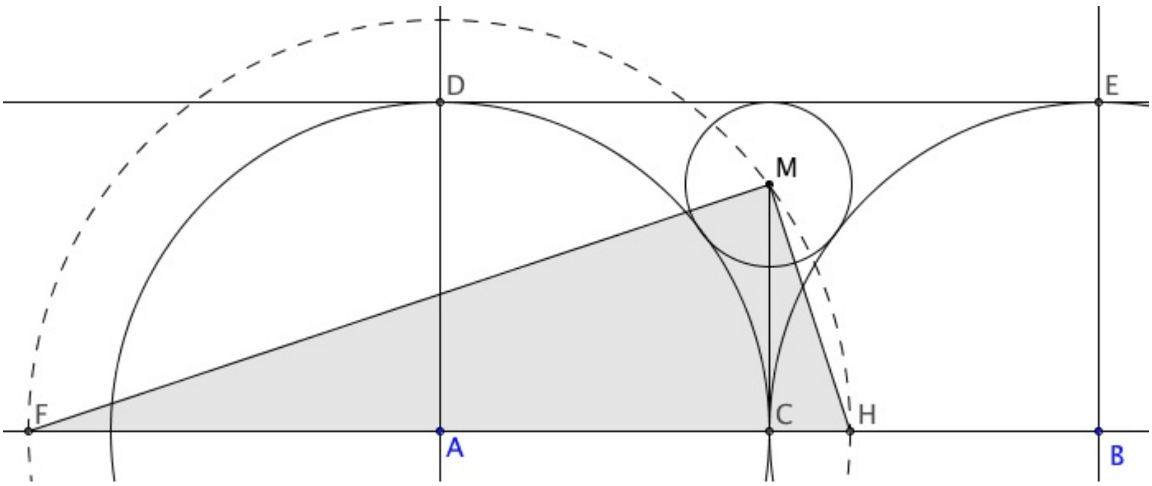
8. Übung
Arbelos, Höhensatz, Inkreis

Präsenzübungen für Do, 26.6.

1. Berechnung eines Inkreises

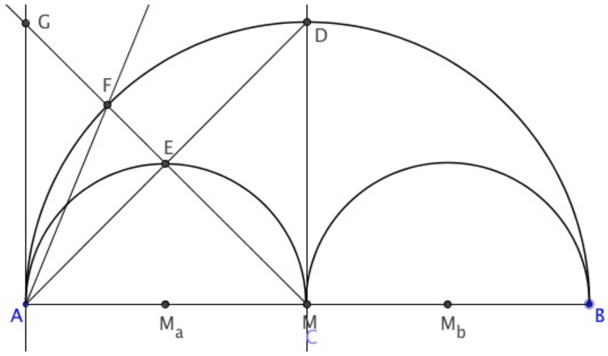


Gegeben ist die Strecke $\overline{AB}$ und ihr Mittelpunkt C. Um A wird ein Kreis geschlagen mit $|AC| = R$ und um B ein Kreis, ebenfalls mit dem Radius R. In A und B werden die Senkrechten zur Geraden AB gezeichnet, die Schnittpunkte mit den Kreisen auf einer Seite der Geraden AB sind D und E (siehe Zeichnung). Gesucht ist nun der Kreis, der die beiden Kreise und die Gerade DE berührt.
(Für einen Ansatz mit dem Höhensatz wurde ein Hilfskreis (gestrichelt) gezeichnet, der die Gerade AB in F und H schneidet.)

a. Drücken Sie die folgenden Streckenlängen durch den Radius R (gilt als bekannt) und und r (wird gesucht) aus: $|AC|$, $|CH|$, $|HB|$, $|AF|$, $|FC|$, $|CM|$.
b. Machen Sie einen Ansatz für den Radius r des gesuchten Kreises über den Höhensatz.
c. Finden Sie einen anderen Rechenweg zur Bestimmung des Radius r.
d. Konstruieren Sie den gesuchten Kreis.

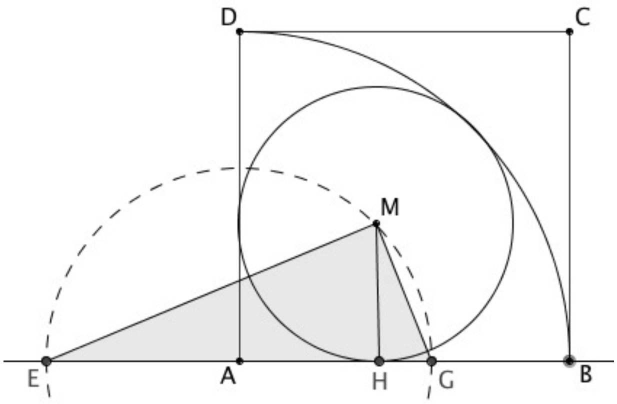
Hausübungen (Abgabe: Fr, 27.6.)

2. Nach einer Aufgabe aus der Mathematik-Olympiade für die Klasse 8
   Gegeben ist ein symmetrischer Arbelos, d.h. C ist genau in der Mitte von $\overline{AB}$ bei M. In M wird die Senkrechte zu AB gezeichnet, der Schnittpunkt mit dem äußeren Kreis ist D. Die Strecke $\overline{AD}$ schneidet den linken, inneren Kreis in E. Der Strahl von M durch E schneidet den äußeren Kreis in F und die Senkrechte zu AB durch A in G.



   a. Bestimmen Sie durch begründete Argumentation, wie groß die folgenden Winkel (in Grad) sind: $|\sphericalangle \mathrm{MAD}|$, $|\sphericalangle \mathrm{EAG}|$, $|\sphericalangle \mathrm{EMA}|$.
   b. Begründen Sie, dass der Strahl von A durch F den Winkel $\sphericalangle \mathrm{EAG}$ halbiert.

3. Inkreis
   In ein Quadrat ABCD mit der Kantenlänge $|\mathrm{AB}| = a$ wird um A ein Kreisbogen mit dem Radius *a* gezogen. In diesen Viertelkreis wird ein weiterer Kreis eingefügt, der den Kreisbogen von innen und zwei Quadratseiten berührt. Den Radius des gesuchten Kreises nennen wir *r*.
   (Für einen Ansatz mit dem Höhensatz wurde ein Hilfskreis (gestrichelt) gezeichnet, der die Gerade AB in E und G schneidet.)



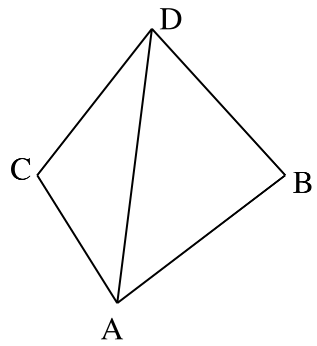
   a. Drücken Sie die folgenden Steckenlängen durch die Quadratseite *a* (gilt als bekannt) und *r* (wird gesucht) aus: $|\mathrm{AB}|$, $|\mathrm{AH}|$, $|\mathrm{GB}|$, $|\mathrm{HG}|$, $|\mathrm{EA}|$, $|\mathrm{HM}|$, $|\mathrm{AM}|$.
   b. Machen Sie nun mit dem Höhensatz oder dem Satz von Pythagoras einen Ansatz und berechnen Sie den Radius *r* des Kreises (in Abhängigkeit von *a*).
   c. Berechnen Sie für a = 10 cm den Radius r. Zeichnen Sie dann die Figur und beschreiben Sie die einzelnen Schritte.

4. Zeichenaufgabe
   Die Zeichnung auf dem extra Arbeitsblatt zeigt das Dreieck ABC, die Achse a und den Vektor $\vec{t}$. Drucken Sie dieses Arbeitsblatt aus und zeichnen Sie die beiden nachfolgenden Aufgaben auf dieses Arbeitsblatt (nicht auf zwei verschiedene).
   a. Spiegeln Sie zuerst das Dreieck an der Achse a (Dreieck A'B'C') und verschieben Sie das Bilddreieck um den Vektor $\vec{t}$ (Dreieck A"B"C").
   b. Verschieben Sie zuerst das Dreieck um den Vektor $\vec{t}$ (Dreieck $A_1'B_1'C_1'$) und spiegeln Sie das Bilddreieck an der Achse a (Dreieck $A_1''B_1''C_1''$).

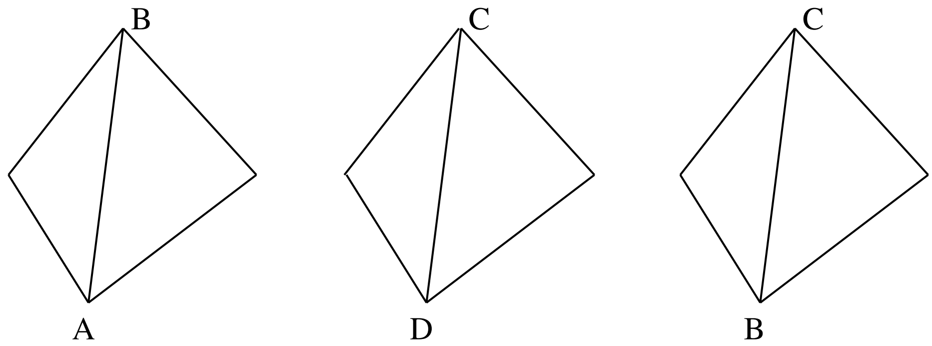
   Stimmen die beiden Enddreiecke $\Delta A''B''C''$ und $\Delta A_1''B_1''C_1''$ überein?

5. Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, ein Modell aus Papier auszuschneiden und es auszuprobieren



Sie sehen rechts einen vollständig beschrifteten Tetraeder. Hier drunter sehen Sie den gleichen Tetraeder, allerdings jeweils verdreht gegenüber dem Ausgangstetraeder. Jeweils zwei Punkte sind beschriftet. Beschriften Sie korrekt die übrigen beiden.



Arbeitsblatt zur Aufgabe 4