7. Übung

Arbelos, Wiederholung

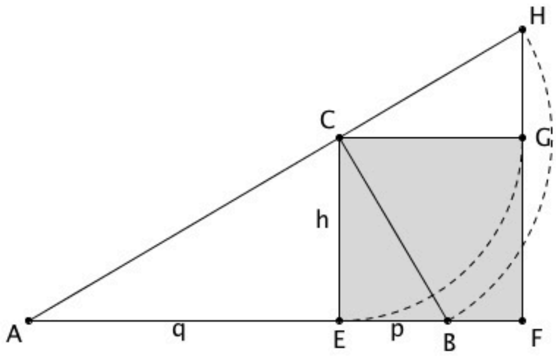
Präsenzübungen für Do, 19.6.

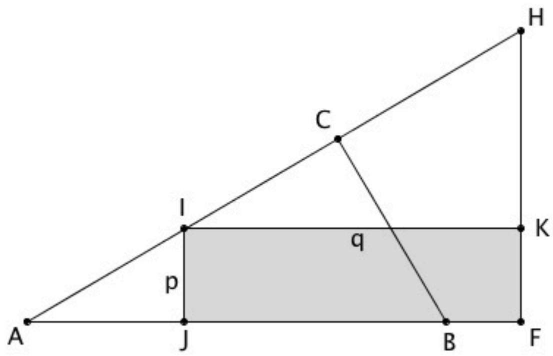
1. Verwandlung eines Rechtecks in ein Quadrat
   Gegeben ist ein Rechteck mit den Seitenlängen 9cm und 4 cm.
   a. Verwandeln Sie dieses Rechteck in ein flächengleiches Quadrat, indem Sie den Höhensatz $h^2 = pq$ verwenden.
   b. Verwandeln Sie dieses Rechteck in ein flächengleiches Quadrat, indem Sie den Kathetensatz $a^2 = pc$ verwenden.

   Gegeben ist ein Rechteck mit den Seitenlängen r und s.
   c. Verwandeln Sie dieses Rechteck in ein flächengleiches Quadrat, indem Sie den Höhensatz $h^2 = pq$ verwenden. Beschreiben Sie die Konstruktion.

Hausübungen (Abgabe: Fr, 20.6.)

2. Ein Beweis zum Höhensatz





   Gegeben ist das rechtwinklige Dreieck ABC mit der üblichen Seitenbezeichnung a, b, c. Der Höhenfußpunkt ist E. Die Hypotenusenabschnitte sind $|AE| = q$ und $|EB| = p$. Das Dreieck ABC wird zum Dreieck AFH erweitert, wobei das Dreieck CGH das um 90° gedrehte Dreieck CEB ist.
   a. Warum liegen A, C und H auf einer Geraden?
   b. Vergleichen Sie Teildreiecke in der linken Figur mit denen in der rechten.
   c. Wieso gilt also $h^2 = pq$?

3. Termumformungen

a. Erläutern Sie die nachfolgenden Umformungen

$(r+2a+s)(r-s)=(r+s)(2b-s+r)$ (1)

$r^2+2ar+rs-rs-2as-s^2=2br+2bs-rs-s^2+r^2+rs$ (2)

$2ar-2as-s^2+r^2=2br+2bs-s^2+r^2$ (3)

$2ar-2as=2br+2bs$ (4)

$-2as-2bs=2br-2ar$ (5)

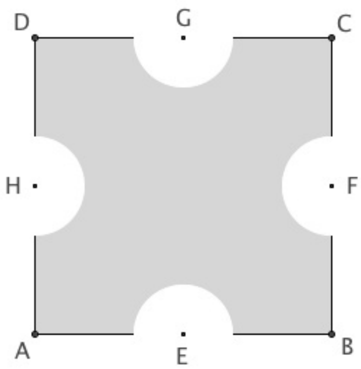
$as+bs=-br+ar$ (6)

$s(a+b)=r(a-b)$ (7)

$s=\frac{a-b}{a+b}$ (8)

4. Flächenberechnung.

Gegeben ist ein Quadrat ABCD mit den Seitenmittelpunkten E, F, G und H. Um diese sind halbkreisförmige Ausschnitte gebildet.

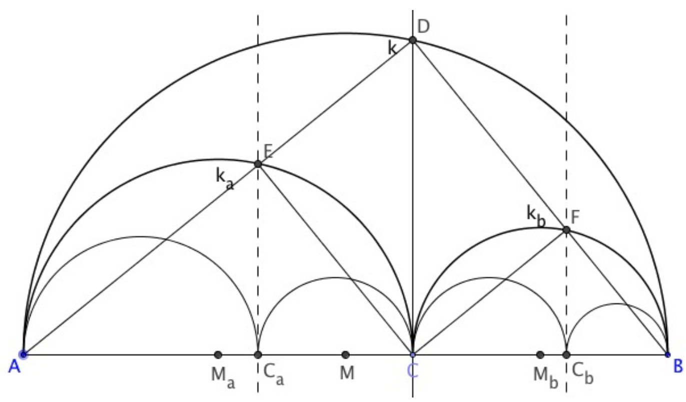


a. Berechnen Sie den Inhalt der verbleibenden Fläche für ein Quadrat mit der Kantenlänge a = 6 cm und den Halbkreisradien von r = 1 cm.

b. Welchen Radius müssen die Halbkreise haben, damit durch sie gerade die Hälfte der Quadratfläche weggeschnitten wird? (*Rechnen Sie allgemein mit a oder konkret mit a = 6 cm*)

5. Arbelos im Arbelos

Gegeben ist ein Arbelos mit den Punkten A, B und C und den Kreisbögen k, k_a und k_b. Man konstruiert nun weiter (*siehe Abbildung*): In C wird die Senkrechte zur Geraden AB gezeichnet, der Schnittpunkt mit k ist D. Die Strecke $\overline{DA}$ schneidet k_a in E, die Strecke $\overline{DB}$ schneidet k_b in F.



a. Berechnen Sie die Längen der Strecken $\overline{CD}$, $\overline{BD}$ und $\overline{AD}$.

Durch F wird die Senkrechte zur Geraden AB gezeichnet, der Schnittpkt. mit $\overline{AB}$ ist C_b.

b. Zeigen Sie, dass C_b die Strecke $\overline{CB}$ im gleichen Verhältnis teilt wie C die Strecke $\overline{AB}$. Formal: $\frac{|C_bB|}{|CC_b|}=\frac{|CB|}{|AC|}$. Verwenden Sie den 1. Strahlensatz.

Wiederholung zum Thema Dimension

c. Zeichnet man über der Strecke $\overline{CB}$ mit Teilungspunkt C_b den Arbelos, so erhält man zum Ausgangsarbelos eine ähnliche, verkleinerte Figur. Zeigen Sie, dass der Verkleinerungsfaktor $s = \frac{b}{a+b}$ ist.

d. Leiten Sie aus den Ergebnissen aus a. und c. die Längen der Strecken $\overline{CF}$ und $\overline{BF}$ her.

Analog zu Aufgaben b und c gilt, dass unter k_a ein verkleinerter, zum Ausgangsarbelos ähnlicher Arbelos gezeichnet werden kann. Der Verkleinerungsfaktor ist $s = \frac{a}{a+b}$.

(Das müssen Sie nicht zeigen.)

e. Leiten Sie aus der letzten Information und Ihren Ergebnissen in a. die Längen der Strecken $\overline{AE}$ und $\overline{CE}$ her.

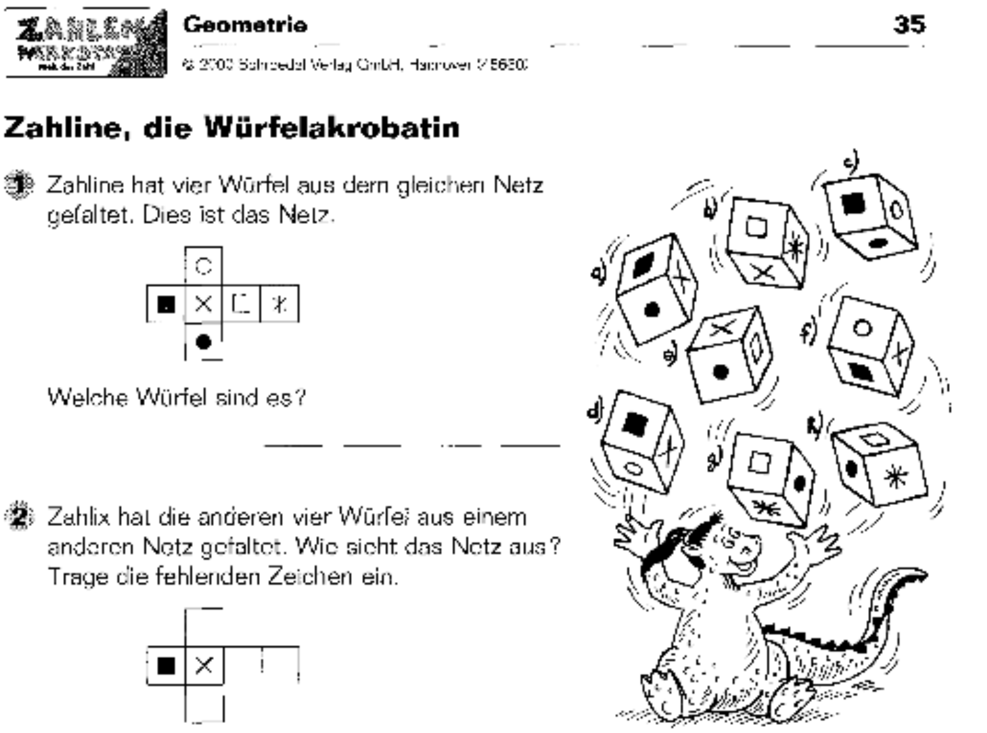
f. Zeigen Sie, dass die beiden Halbkreise über $\overline{C_aC}$ und $\overline{CC_b}$ den gleichen Radius haben.

g. Die Fläche des Ausgangsarbelos ist $A = \pi ab$. Wie groß ist die Fläche des kleineren Arbelos über $\overline{CB}$?

6. Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, ein Modell aus Papier auszuschneiden und es auszuprobieren

Aus einem Arbeitsheft für die 4. Klasse


Geometrie 35

Zahline, die Würfelakrobatin

1 Zahline hat vier Würfel aus dem gleichen Netz gefaltet. Dies ist das Netz.

Welche Würfel sind es?

2 Zahlix hat die anderen vier Würfel aus einem anderen Netz gefaltet. Wie sieht das Netz aus? Trage die fehlenden Zeichen ein.