Dr. Reimund Albers Sommersemester 2014

Mathematisches Denken und Lehren 2

6. Übung

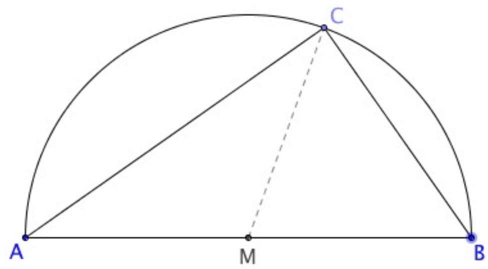
(Arbelos,) Grundlagen der Geometrie

Präsenzübungen für Do, 12.6.

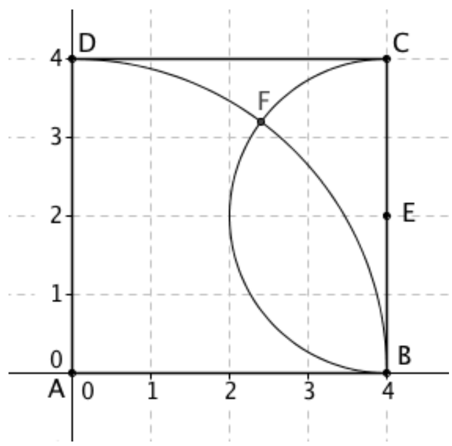
1. Tangentenkonstruktion
   a. Gegeben ist ein Kreis k und ein Punkt P außerhalb des Kreises. Konstruieren Sie die Tangenten, die durch P verlaufen und k berühren.
   Hinweis: Im Berührpunkt sind Radius und Kreistangente senkrecht zueinander. Und denken Sie an den Satz von Thales.
   b. Gegeben sind zwei Kreise k_1 und k_2, die sich nicht überlappen.
      i. Machen Sie sich klar, dass es zu diesen Kreisen vier gemeinsame Tangenten gibt.
      ii. Konstruieren Sie wenigstens eine der vier Tangenten.
      Hinweis: Angenommen, k_2 ist kleiner als k_1, also $r_2 < r_1$. Nun schrumpft man den kleineren Kreis auf seinen Mittelpunkt und den größeren Kreis auf den Hilfskreis mit dem Radius $r_1 - r_2$. Dann macht man mit Aufgabe a. weiter.

Hausübungen (Abgabe: Do, 12.6.)

2. Satz des Thales
   Beweisen Sie den Satz des Thales, d.h. beweisen Sie, dass in der nebenstehenden Figur der Winkel $\sphericalangle ACB$ 90° groß ist.
   Hinweis: Man zeichnet die Hilfslinie $\overline{MC}$. Verwenden Sie nun, dass in gleichschenkligen Dreiecken die Basiswinkel gleich groß sind.

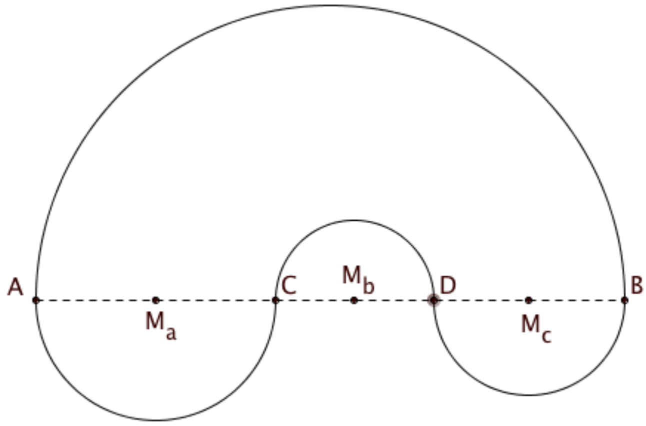


3. Gegeben ist das Quadrat ABCD mit A(0;0), B(4;0), C(4;4) und D(0;4). E ist der Mittelpunkt von $\overline{BC}$. Um A wird ein Kreis mit dem Radius |AB| geschlagen und um E ein Kreis mit dem Radius |EB|. Beide Kreise schneiden sich außer in B auch noch in F. Berechnen Sie die Koordinaten von F.
   Hinweis: Nennen Sie F(u;v), zeichnen Sie die Koordinaten u und v ein und stellen Sie für beide zwei Gleichungen auf mit dem Satz von Pythagoras.



4. Flächenberechnung

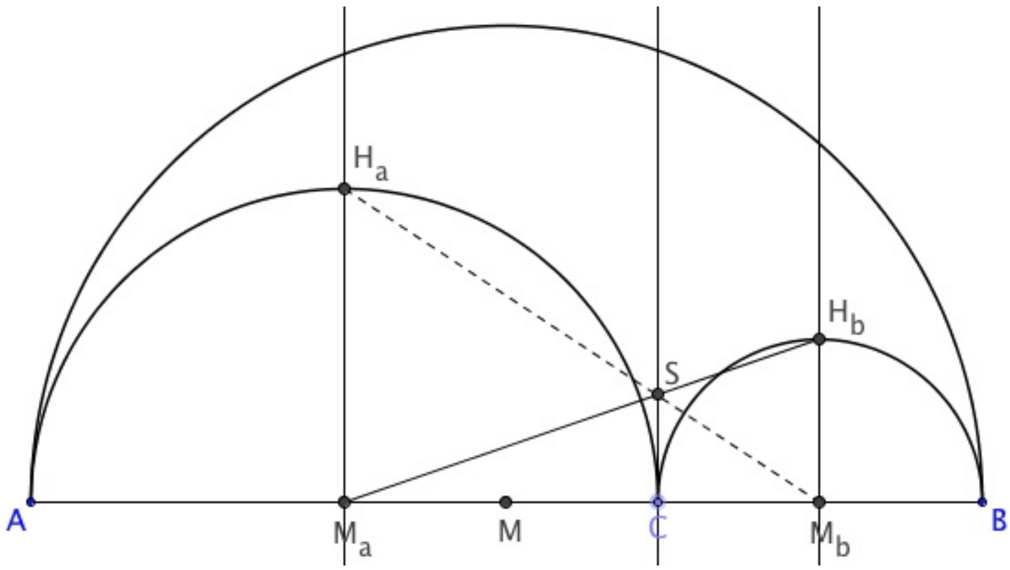
Auf der Strecke $\overline{AB}$ werden die Teilungspunkte C und D gezeichnet. Der Mittelpunkt von $\overline{AC}$ ist M_a und über $\overline{AC}$ wird der Halbkreis nach unten gezeichnet. Der Radius dieses Halbkreises ist *a*. Der Mittelpunkt von $\overline{CD}$ ist M_b und über $\overline{CD}$ wird der Halbkreis nach oben gezeichnet. Der Radius dieses Halbkreises ist *b*. Der Mittelpunkt von $\overline{DB}$ ist M_c und über $\overline{DB}$ wird der Halbkreis nach unten gezeichnet. Der Radius dieses Halbkreises ist *c*. Der Mittelpunkt von $\overline{AB}$ ist M und über $\overline{AB}$ wird der Halbkreis nach oben gezeichnet. (*Achtung! M muss nicht mit M_b übereinstimmen.*)



Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses so begrenzten Flächenstücks in Abhängigkeit der drei Radien *a*, *b* und *c*.

5. Im Arbelos wird durch M_a eine Senkrechte zu $\overline{AB}$ gezeichnet. Sie schneidet den Kreis um M_a in H_a. Ebenso wird durch M_b eine Senkrechte zu $\overline{AB}$ gezeichnet. Sie schneidet den Kreis um M_b in H_b. Die Strecke $\overline{M_aH_b}$ schneidet die Senkrechte zu $\overline{AB}$ durch C in S. Beweisen Sie, dass H_a, S und M_b auf einer Geraden liegen.

Hinweis: Nennen Sie den Schnittpunkt von $\overline{H_aM_b}$ mit der Senkrechten durch C zunächst S' und berechnen Sie |AS| und |AS'|. Begründen Sie dann die eigentliche Aufgabenstellung.



6. Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, ein Modell aus Papier auszuschneiden und es auszuprobieren

Die Bilder zeigen das Netz eines Dodekaeders und einen Dodekaeder selbst. Im Netz sind fünf Kanten mit A, B, C, D und E gekennzeichnet und eine Fläche mit 1.

a. Markieren Sie im Netz die Kante mit A, die an die mit A markierte Kante stößt. Verfahren Sie entsprechend mit B, C, D und E.

b. Markieren Sie im Netz die Fläche mit 1, die der mit 1 markierten Fläche gegenüber liegt.