

4. Übung

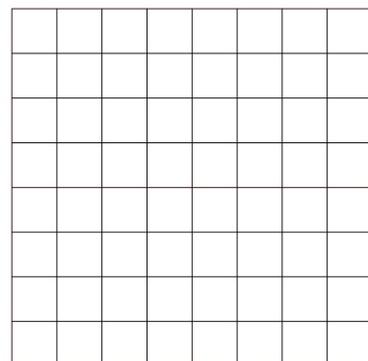
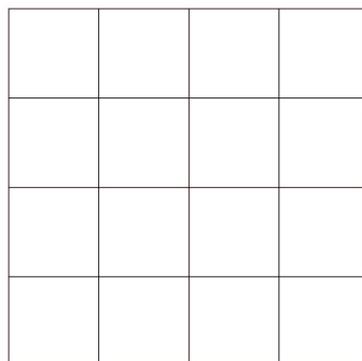
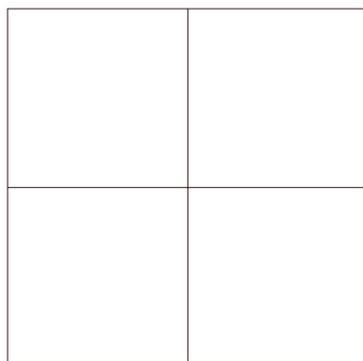
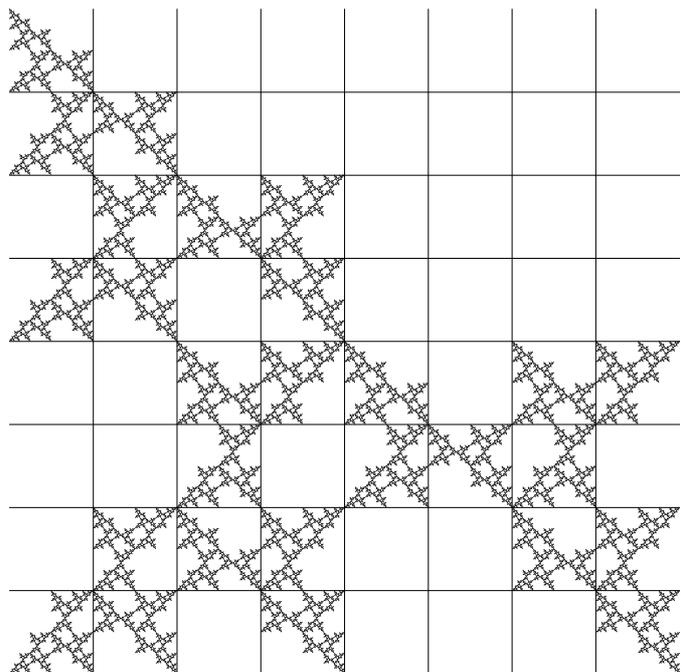
Dimension, Selbstähnlichkeit, Fraktale

Präsenzübungen für Do, 22.5.

1. Berechnen Sie den periodischen Kettenbruch.
Anleitung: Man setzt den ganzen Term gleich x und versucht nun, auf Grund der Selbstähnlichkeit x auf der rechten Seite unterzubringen. Die Gleichung in x wird dann gelöst.

$$1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \dots}}}}}$$

2. Analysieren Sie das abgebildete Fraktal. Welche Abbildungen wurden in den einzelnen Teilquadraten verwendet? (Das Quadratgitter gehört nicht mit zum Fraktal, sondern soll nur die Analyse unterstützen.)
Zeichnen Sie hier die ersten drei Stufen der Entwicklung.



Hausübungen (Abgabe: Fr, 23.5.)

3. Selbstähnliche Zahlenmengen

Untersuchen Sie, ob folgende Zahlenmengen selbstähnlich sind bezüglich der Skalierung „Multiplikation mit einem Faktor ($\neq 1$)“. Wenn sie selbstähnlich ist, geben Sie einen Faktor an. Wenn sie nicht selbstähnlich ist, begründen Sie, dass man prinzipiell keinen Faktor finden kann.

a. $\left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \dots \right\}$

b. Die Menge der Zweierpotenzen

c. Die Menge der Primzahlen

d. Die Menge aller Dezimalzahlen aus $[0;1]$, die nur die Ziffern 0 und 3 enthalten.

e. Die Menge der Quadratzahlen.

f. Die Menge aller natürlichen Zahlen, die 2 als Zehnerziffer haben.

4. Berechnen Sie den periodischen Kettenbruch.

Gehen Sie dabei so vor wie in Aufgabe 1.

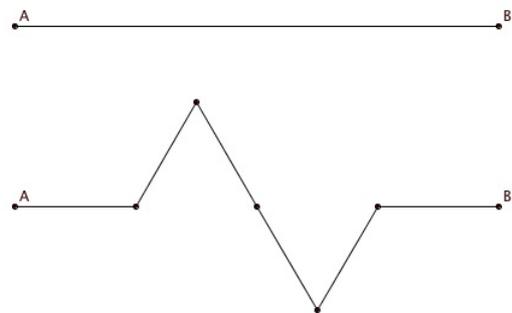
$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

5. Die Abbildung rechts zeigt eine Strecke als Initiator (Stufe 0) und darunter den Generator (Stufe 1). Im Initiator sind alle Streckenabschnitte gleich lang und der Initiator wird durch die Teilpunkte in vier gleichlange Teile zerteilt.

a. Zeichnen Sie den Initiator als 16 cm lange Strecke. Zeichnen Sie dann darunter die Stufe 1.

b. Zeichnen Sie zu Stufe 2 die linken drei Teilstücke.

c. Welche Selbstähnlichkeitsdimension hat das Fraktal, das im Grenzwert (Stufe unendlich) entsteht?



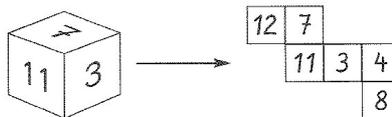
6. Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, ein Modell aus Papier auszuschneiden und es auszuprobieren

(siehe nächste Seite)

**Würfel-
augen**

Die Summe der Zahlen auf gegenüberliegenden Seiten ist immer 15.



Trage die richtigen Zahlen an der richtigen Stelle in das Netz ein.

