3. Übung
Dimension, Selbstähnlichkeit

Präsenzübungen für Do, 15.5.

1. Machen Sie sich an konkreten Beispielen für m und n die nachfolgenden Potenzgesetze klar.

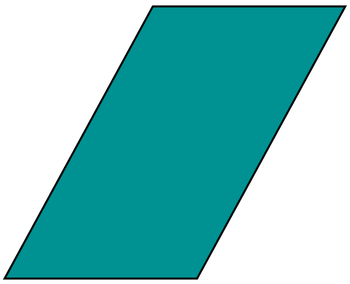
   a. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ b. Für $n > m$ gilt: $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ c. Für $n < m$ gilt: $\frac{a^n}{a^m} = \frac{1}{a^{m-n}}$

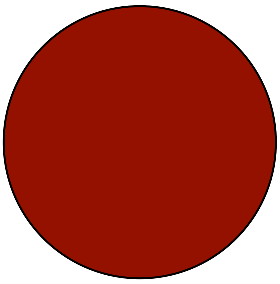
2. Rechnen Sie mit Näherungszahlen am Taschenrechner nach: $\log a^b = b \cdot \log a$

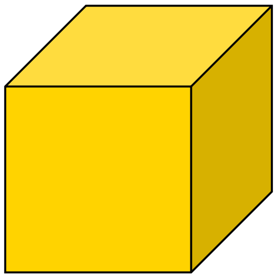
   Beispiel: Man wählt a = 3 und b = 4. Dann ist $a^b = 3^4 = 81$ Mit dem Zehnerlogarithmus gilt: $\log 81 \approx 1{,}9085$, $4 \cdot \log 3 \approx 4 \cdot 0{,}4771 = 1{,}9084$

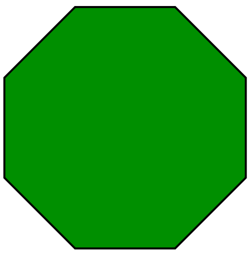
Hausübungen (Abgabe: Fr, 16.5.)

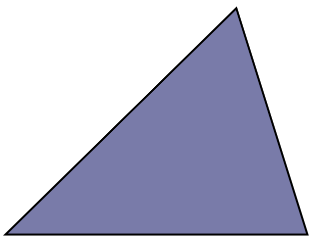
3. Selbstähnliche Figuren
   Welche der nachfolgenden Figuren *(siehe nächste Seite)* sind exakt selbstähnlich?
   Wenn eine Figur exakt selbstähnlich ist, so geben Sie einen Skalierungsfaktor s an und die zugehörige Anzahl n von Teilen.
   Wenn eine Figur nicht exakt selbstähnlich ist, so geben Sie eine kurze Erläuterung, warum eine Zerlegung nicht möglich ist.

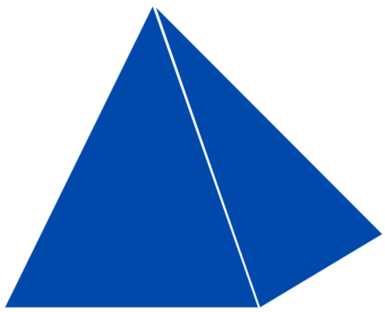
a. 

b. 

c. 

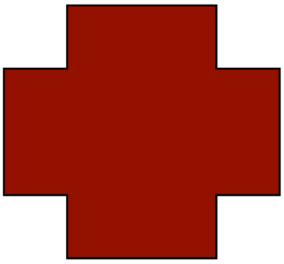
d. 

e. 

f. 

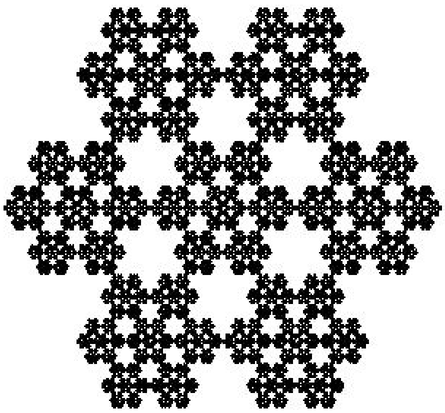
(noch eine Figur auf der nächsten Seite)

g.

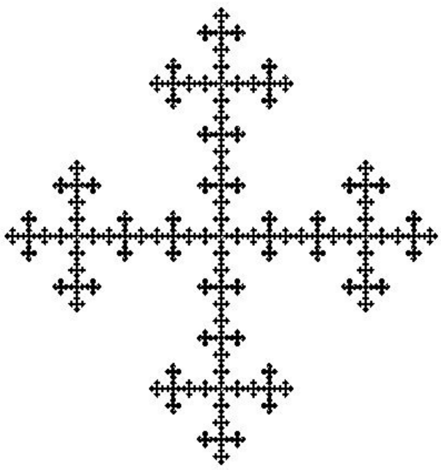


4. Selbstähnlichkeitsdimension
   Die hier abgebildeten Fraktale sind exakt selbstähnlich.
   - Bestimmen Sie für jede Figur den größten Verkleinerungsfaktor *s* und die Anzahl *n* der Teile. Berechnen Sie damit die Selbstähnlichkeitsdimension.
   - Geben Sie auf Grund der dann möglichen, fortgesetzten Teilung einen zweiten Verkleinerungsfaktor *s*' an und die zugehörige Anzahl *n*' von Teilen. Berechnen Sie auch damit die Selbstähnlichkeitsdimension.
   - Stimmt die anschauliche Vorstellung, dass für eine „dichtere, ausgefülltere“ Figur die Dimension auch größer ist?

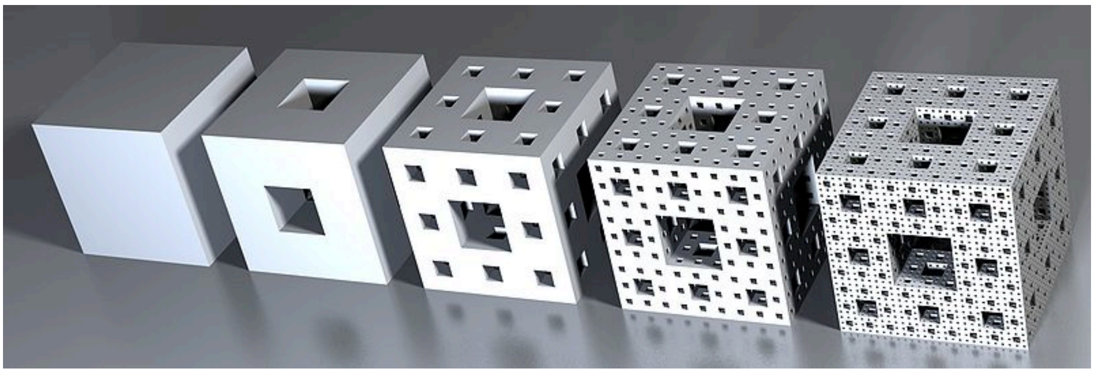
a.



b.



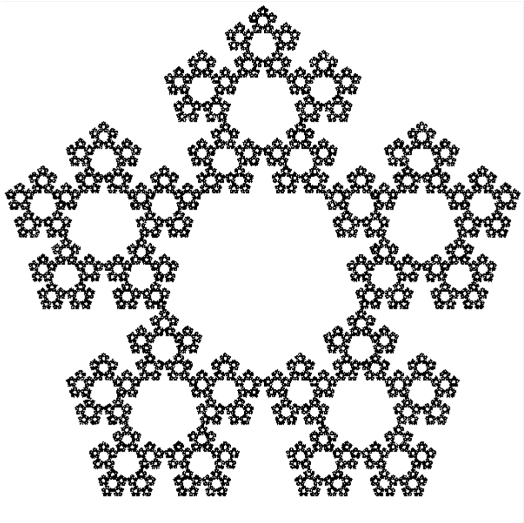
c.



Der Mengerschwamm als Grenzfigur

(noch eine Figur auf der nächsten Seite)

d.



Diese Aufgabe ist schwer. Hier müssen Sie Ihr Wissen über das regelmäßige Fünfeck und den goldenen Schnitt reaktivieren. $a = \varphi d \quad \varphi = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

(Hier reicht es aus, nur ein s und das dazugehörige n zu bestimmen.)

5. Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, ein Modell aus Papier auszuschneiden und es auszuprobieren

Für ein Würfelnetz braucht man 6 Quadrate, da der Würfel 6 Flächen hat. Nicht jede Anordnung von 6 Quadraten ist aber ein Würfelnetz. Welche der hier abgebildeten Anordnungen von 6 Quadraten ist ein Würfelnetz? Wenn es eins ist, schreiben Sie die Paare von Flächen auf, die sich gegenüber liegen. Wenn es keins ist, geben Sie die Flächen an, die nach dem Zusammenbau übereinander liegen.