



## 2. Übung

### Dimension, Logarithmus

Präsenzübungen für Do, 8.5.

1. 300 Bleikugeln mit dem Durchmesser von 3 mm werden eingeschmolzen. Daraus werden neue Bleikugeln von 1 mm Durchmesser gegossen. Wie viele neue Bleikugeln erhält man?  
*Gehen Sie die Aufgabe über den Skalierungsfaktor  $s = \frac{1}{3}$  an. Wie wirkt sich dieser auf das Volumen aus?*
2. Lösen Sie die Exponentialgleichung  $6^x = 18$ 
  - a. Durch systematisches Probieren mit dem Taschenrechner.
  - b. Durch Logarithmieren der Gleichung.
3.  $9^{1.5} = 27$  Erläutern Sie diese Rechnung. Mit welchen Überlegungen hätte man das auch ohne Taschenrechner ausrechnen können?

Hausübungen (Abgabe: Fr, 9.5.)

4. Ein Quadrat  $Q_0$  hat die Kantenlänge  $a$ . Seinen Umfang nennen wir  $U_0$ , seinen Flächeninhalt  $A_0$ .
  - a. Berechnen Sie  $U_0$  und  $A_0$  (Term, im dem natürlich  $a$  vorkommt)Das Quadrat  $Q_0$  wird mit dem Skalierungsfaktor  $s = 0,8$  verkleinert zum Quadrat  $Q_1$ .
  - b. Berechnen Sie den Umfang  $U_1$  und den Flächeninhalt  $A_1$  ebenfalls in Abhängigkeit von  $a$ . Geben Sie dann in der Gleichung  $U_1 = t_U U_0$  den Veränderungsfaktor  $t_U$  für den Umfang und in  $A_1 = t_A A_0$  den Veränderungsfaktor  $t_A$  für den Flächeninhalt an.  
Zum Quadrat  $Q_0$  wird nun ein Quadrat  $Q_2$  gesucht, dass gegenüber  $Q_0$  den halben Flächeninhalt hat. In der Gleichung  $A_2 = u_A A_0$  wissen wir also, dass  $u_A = 0,5$  ist.
  - c. Wie groß ist in diesem Fall der Skalierungsfaktor  $s$ , der das Quadrat  $Q_0$  zum Quadrat  $Q_2$  verändert?
5. Ein Arzt misst auf einer Röntgenaufnahme den Durchmesser eines Tumors. Auf Grund von Unschärfen im Rand fällt die Messung um 25% zu groß aus. (Z.B. misst er statt 1,2 cm einen Durchmesser von 1,5 cm)
  - a. Wie groß ist der Skalierungsfaktor  $s$  vom korrekten Tumor zum falsch gemessenen Tumor?

- b. Wie groß ist der Fehler, der sich für das Volumen des Tumors aus diesem Messfehler ergibt?
- c. Wie groß ist der Volumenmessfehler, wenn der Durchmesser des Tumors um 25% zu klein gemessen wird?  
*(Da die meisten Ärzte ihre Mathematikausbildung nicht leiden können, da man da eh nur Kram für die Klausur lernt, den man in der Praxis nie braucht, ist dieses Problem den Ärzten größtenteils nicht bewusst.)*
6. In den nachfolgenden Potenzgleichungen können Sie  $x$  im Kopf (durch passende Überlegungen) genau ermitteln. Geben Sie jeweils eine kurze Begründung. Denken Sie dabei auch an die Potenzregeln  $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$  und  $a^{-1} = \frac{1}{a}$ .
- a.  $3^x = 243$     b.  $4^x = 32$     c.  $10^x = 0,1$     d.  $25^x = 0,2$
7. Bestimmen Sie jeweils  $x$  durch systematisches Probieren mit dem Taschenrechner. Schreiben Sie die Lösung auch als Logarithmus.  
 Beispiel: Aufgabe:  $2^x = 10$   
 Taschenrechner:  $2^{3,3} \approx 9,849\dots$  also zu klein,  $2^{3,4} \approx 10,55\dots$  also zu groß  
 Lösung:  $x = \log_2 10 \approx 3,3$ , da  $2^{3,3} \approx 9,849\dots$  dichter an 10 liegt.
- a.  $4^x = 11$     b.  $10^x = 3892$     c.  $3^x = 0,2$     d.  $0,9^x = 2$
8. **Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen**  
*Versuchen Sie, diese Aufgabe nach Möglichkeit nur in Ihrer Vorstellung zu lösen. Wenn das nicht geht oder Sie unsicher sind, bleibt immer noch die Möglichkeit, ein Modell aus Papier auszuschneiden und es auszuprobieren*

Das Bild zeigt fünf kleine, kongruente Pyramiden mit quadratischer Grundfläche, die zu einer großen Pyramide zusammengestellt sind. *(Die unterschiedlichen Grautöne haben keine tiefere Bedeutung)* Offensichtlich füllen die fünf kleinen Pyramiden die große nicht komplett aus, im Kern ist noch eine Lücke.

Nun könnte man vermuten, dass man eine weitere, kleine Pyramide auf die Spitze gestellt in diese Lücke setzen kann, um die Lücke vollständig auszufüllen. Begründen Sie, dass das nicht richtig ist.

