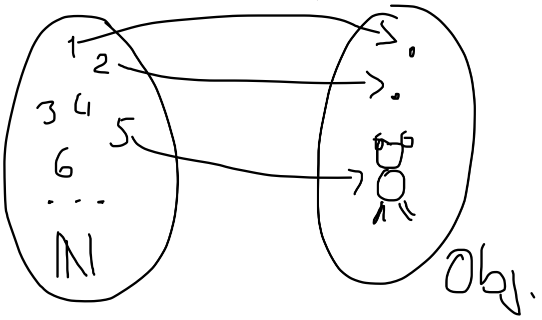
Folgen und Reihe

Gegeben ist eine Menge von Objekten Werden diese Objekte in eine Reihenfolge gebracht, spricht man von einer Folge

Beisp Menge Spielsachen

5 -> Teddy



Def.

Gegeben ist ein Menge M

Dann heißt eine ~~ein~~eindeutige Zuordnung von den natürlichen Zahlen $\mathbb{N}$ in die Menge M eine Folge.

Ist M eine Zahlenmenge, so spricht man von einer Zahlenfolge

Beisp.: Fibonacci-Folge

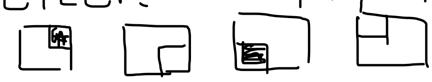
1 1 2 3 5 8 13 ....

Dreieckszahlen D_n

Schreibweise: $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$

verkürzt a_n

Wie geht es weiter? 3, 7, 11, 15,



Zahlenfolgen werden auf drei Arten definiert.

1 (endliche Folgen) Aufzählung

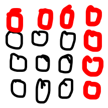
Telefonnr. IBAN

2 z.B $F_{n+1}=F_n+F_{n-1}$ $F_1=F_2=1$

$a_{n+1}=a_n+4$ $a_1=3$

rekursives Bildungsgesetz

3 z.B. $Q_n=n^2$ explizites Bild.g.

$Q_n=Q_{n-1}+2(n-1)+1$ 

$=Q_{n-1}+2n-1$ auch rekursiv

Achtung! F_{n+3} F_n+3

$n=5$ ↳ $F_8=21$ ↳ $5+3=8$

Sonderfälle für Zahlenfolgen (einfache, rekursive Gesetze)

1 arithmetische ZF

$\boxed{a_{n+1}=a_n+d}$ Probe: $a_{n+1}-a_n=d$

z.B 2,2; 3,4; 4,6; 5,8, -> $d=1{,}2$

$\frac{1}{12}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $d=\frac{1}{12}$

$\frac{2}{12}$ $\frac{3}{12}$ $\frac{4}{12}$

Herleitung eines expliziten Gesetzes

$a_1=a_1$ gegeben

$a_2=a_1+1d$ $a_3=a_2+d=a_1+d+d=a_1+2d$

$a_4=a_3+d=a_1+2d+d=a_1+3d$

allgemein $a_n=a_1+(n-1)d$

Beisp: $a_1=3$ $d=4$ $a_{100}=3+396=399$

2. geometrische ZF

$a_{n+1} = a_n \cdot q$ Probe: $\frac{a_{n+1}}{a_n} = q$

$1, 2, 4, 8, 16, 32, \ldots$ $q = 2$

$0{,}7;\ 0{,}07,\ 0{,}007, \ldots$ $q = 0{,}1$

explizites Gesetz

$a_1 = a_1$ $a_2 = a_1\ q$

$a_3 = a_2\ q = a_1\ q \cdot q = a_1 \cdot q^2$

$a_4 = a_3 \cdot q = a_1 \cdot q^2 \cdot q = a_1\ q^3$

allgemein $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$