Dr. Reimund Albers   Mathem. Denken u. Lehren 2   SoSe 14

Lösungen 2. Übung

PRÄSENZÜBUNGEN

1. Durchmesser $d_0 = 3\,mm$ $d_1 = 1\,mm$ also $s = \frac{1}{3}$

Dann gilt für die Volumina $V_0 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 V_1 = \frac{1}{27} V_1$

Das Gesamtvolumen des Bleis bleibt konstant.
Also kann man 27 Mal so viele Kugeln herstellen wie vorher. $300 \cdot 27 = 8100$

Man kann 8100 neue Kugeln produzieren.

2. a. $6^x = 18$ Wegen $6^1 = 6 < 18 < 6^2 = 36$ liegt x zwischen 1 und 2

$6^{1,6} \approx 17{,}58$ $6^{1,7} \approx 21{,}03$

Also $x \approx 1{,}6$, da $6^{1,6}$ dichter an 18 liegt als $6^{1,7}$

b. $6^x = 18 \quad | \log$

$\log 6^x = \log 18$

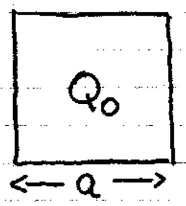
$x \cdot \log 6 = \log 18$ $x = \frac{\log 18}{\log 6} \approx 1{,}61315$

3. $9^{1,5} = 9^{1+0,5} = 9^1 \cdot 9^{0,5} = 9^1 \cdot 9^{\frac{1}{2}} = 9^1 \cdot \sqrt{9} = 9 \cdot 3 = 27$

$a^{n+m} = a^n \cdot a^m$ $0{,}5 = \frac{1}{2}$ $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$

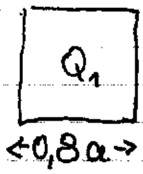
Hausübungen

4\. a.



$U_0 = 4a \qquad A_0 = a^2$ 1

b



$U_1 = 4 \cdot 0{,}8a = 3{,}2a \qquad A_1 = (0{,}8a)^2 = 0{,}64\,a^2$ 1

Damit ergibt sich $\quad U_1 = \underset{\uparrow \atop t_U}{0{,}8}\, U_0 \qquad A_1 = \underset{\uparrow \atop t_A}{0{,}64}\, A_0$ 1

c. Wir wissen $A_2 = 0{,}5\,A_0$. Da die Fläche 2-dimensional ist gilt $A_2 = s^2 A_0$

Also $s^2 = 0{,}5 \Rightarrow s = \sqrt{0{,}5} \approx 0{,}7071$ 1

5\. a. $d_0 \xrightarrow{+25\%} d_1$ also $d_1 = 1{,}25\,d_0$

Erläuterung: d_1 ist d_0 und noch 25% von d_0

$$
\begin{aligned}
d_1 &= d_0 + 0{,}25 \cdot d_0 \\
&= d_0 (1 + 0{,}25) \\
&= 1{,}25\, d_0
\end{aligned}
$$

$s = 1{,}25$ 1

b. Da das Volumen 3-dimensional ist, ist die Veränderung des Volumens mit s^3.

$s^3 = 1{,}25^3 \approx 1{,}953$ 1

D.h. durch den Messfehler wird das Volumen (→ Medikamentenmenge, Strahlungsmenge) ca. doppelt so groß angenommen wie er tatsächlich ist.

c. Analog $d_0 \xrightarrow{-25\%} d_2$

dann ist $d_2 = d_0 - 0{,}25 \cdot d_0$

$= 0{,}75\, d_0$

also $s = 0{,}75$ 1

Dann ist $s^3 = 0{,}75^3 \approx 0{,}422$

Durch den Messfehler wird das Volumen 1
weniger als halb so groß angenommen
als er tatsächlich ist.

6. a. 3er-Potenzen: 3, 9, 27, 81, 243

also $3^5 = 243$ $\underline{\underline{x = 5}}$ 1

b. $4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$ $32 = 2^5 = \sqrt{4}^{\,5} = 4^{\frac{5}{2}}$

also $\underline{\underline{x = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}}}$ 1

c. $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$ also $\underline{\underline{x = -1}}$ 1

d. $25^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25} = 5$ $0{,}2 = \frac{1}{5}$

also $25^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{25}} = \frac{1}{5} = 0{,}2$ $\underline{\underline{x = -\frac{1}{2}}}$ 1

7. a. $4^{1{,}7} \approx 10{,}56 < 11 < 4^{1{,}8} \approx 12{,}13$

also $x = \log_4 11 \approx 1{,}7$ 1

b. $10^{3{,}5} \approx 3162 < 3892 < 10^{3{,}6} \approx 3981$

also $x = \log_{10} 3892 \approx 3{,}6$ 1

c. $3^{-1{,}5} \approx 0{,}192 < 0{,}2 < 3^{-1{,}4} \approx 0{,}215$

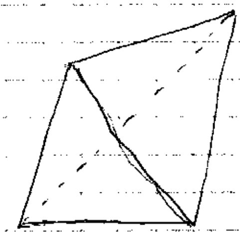
also $x = \log_3 0{,}2 \approx -1{,}5$ 1

d. $0{,}9^{-6{,}5} \approx 1{,}983 < 2 < 0{,}9^{-6{,}6} \approx 2{,}004$

also $x = \log_{0{,}9} 2 \approx -6{,}6$ 1

8. Stellt man noch eine weitere, kleine Pyramide in die Lücke, so hat man insgesamt 6 kleine Pyramiden verbaut. Der Skalierungsfaktor ist $s = \frac{1}{2}$ von der großen zu den kleinen Pyramiden. Also haben diese nur $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ des Volumens der großen Pyramide. Also braucht man 8 kleine Pyramiden, um das gleich große Volumen der großen Pyramide zu erreichen.

Bei 6 kleinen Pyramiden müssen also noch Lücken bleiben.



Es sind 4 Lücken von dieser Form.

2

4	5	6	7	8	Σ
4	4	4	4	2	18