

13. Übung

Übungsklausur aus alten Klausuraufgaben

Sie können mit dieser Übung machen:

- Sie ganz oder teilweise rechnen und Ihre Lösungen bis Do, 30.1. abgeben. Sie werden dann bis Mi, 5.1. durchgesehen und zurückgegeben.
- Sie ganz oder teilweise rechnen und Ihre Lösungen am Mi, 5.1. mit ins Plenum bringen.
- Sie auf später vertagen oder sie ganz ignorieren.

Dieser Übungszettel ist die Basis für das Plenum am Mi, 5.1., 10-12 Uhr

Grundsätzliches: Eine Klausur ist eine Gelegenheit, dem Prüfer zu zeigen, was Sie alles wissen. Es ist also in Ihrem Interesse, dass Ihre Ausführungen lesbar, verständlich und logisch nachvollziehbar sind. Für Studierende des Lehramts ist eine Klausur immer auch eine Prüfung für die Fähigkeit, mathematische Dinge klar und verständlich darzustellen.

1. Logik

„Wenn eine natürliche Zahl a ein Teiler der natürlichen Zahl n ist, dann ist a gleich n oder a ist echt kleiner als n “

- Bilden Sie zu dieser Aussage die Kontraposition.
- Bilden Sie zu dieser Aussage die Verneinung.
- Zeigen Sie mit einer Wahrheitstafel, dass $A \Rightarrow (B \text{ oder } C)$ äquivalent ist zu $(A \text{ und nicht } B) \Rightarrow C$. Schreiben Sie in einem kurzen Kommentar auf, woran Sie die Äquivalenz erkennen.
- Die zu Beginn der Aufgabe gegebene Aussage hat die Form $A \Rightarrow (B \text{ oder } C)$. Schreiben Sie die dazu äquivalente Aussage $(A \text{ und nicht } B) \Rightarrow C$ auf.

2. Vollständige Induktion

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion:

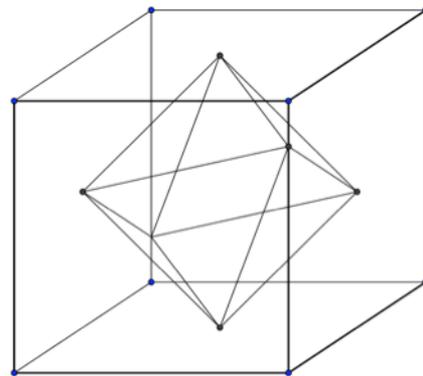
Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$

3. Stellenwertsystem

- Formen Sie 1010110_2 in eine Darstellung des 8er-Systems um.
- Stellen Sie eine Regel mit der gewichteten Quersumme zur Teilbarkeit durch 13 im Dezimalsystem auf.
- Begründen Sie, dass 13131313 durch 13 teilbar ist. (1 Punkt)

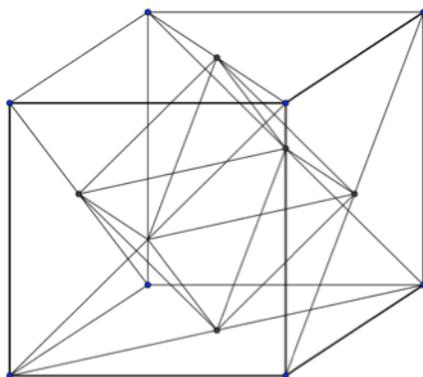
4. Platonische Körper

Ein Künstler möchte eine Plastik aus Stahl anfertigen. Sie soll ein Hexaeder (Kantenlänge von 1 m) mit seinem einbeschriebenen dualen Körper, dem Oktaeder, darstellen. Realisiert werden nur die Kanten aus Stahlrohr. (Bild 1)



Rechnen sie mathematisch ideal und ohne Verschnitt.

- Wie viel Meter Stahlrohr benötigt der Künstler zum Bau?
- Nun hält das Ganze so ja nun nicht. Also entschließt sich der Künstler zu einer Haltekonstruktion (Bild 2, auf jeder Würfel­fläche ist genau eine diagonale Haltestange).



- Für die Ausstellungseröffnung sollen die Flächen des innenliegenden Oktaeders mit rotem Transparentpapier beklebt werden. Wie viel Transparentpapier ist hierfür erforderlich?

(Wenn Sie die Aufgaben a) und b) nicht gelöst haben, dann nehmen Sie als Kantenlänge des Oktaeders 0,5 m an.)

5. Pascalsches Dreieck

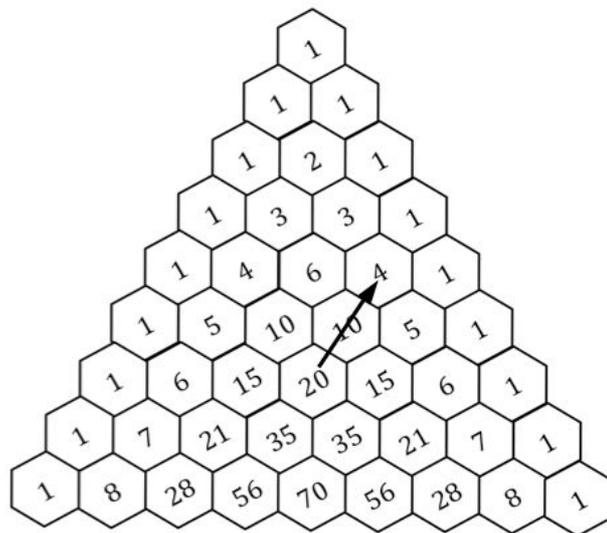
Man findet im Pascalschen Zahlendreieck in der Spalte $k = 3$ die Quadratzahlen, wenn man entlang dieser Spalte von jeder Zahl ihre vorvorhergehende abzieht.

z. B.: $20 - 4 = 16 = 4^2$

oder $10 - 1 = 9 = 3^2$

oder $35 - 10 = 25 = 5^2$

- Schreiben Sie diese Gesetzmäßigkeit allgemein unter Verwendung der Zeilen- und Spaltenvariablen n bzw. $k = 3$ auf. (mit Hilfe der Pascal-



Koordinaten $\binom{n}{k}$)

- Beweisen Sie diese Aussage allgemein, indem Sie die explizite Formel für $\binom{n}{k}$ benutzen.

(Hinweis zu „allgemein“: Die Gesetzmäßigkeit gilt nur für die Spalte mit $k = 3$, nicht für andere Spalten.)

- In welchen Zeilen stehen die beiden Zahlen (in der Spalte mit $k = 3$), deren Differenz $35^2 = 1225$ ergibt? Wie lauten die beiden Zahlen?