



11. Übung

Wiederholung, Umwandlung in andere Zahlssysteme

Präsenzübungen (für Di, 14.1.)

1. Stellenwertsystem

Jemand findet die Fibonacci-Zahlen so faszinierend, dass er sie für ein Stellenwertsystem verwendet. Seine Stellenwerttafel sieht also folgendermaßen aus:

...	89	55	34	21	13	8	5	3	2	1

(Zahlen im Fibonacci-System kennzeichnen wir mit einem Index-F)

- Wandeln Sie 62 und 88 in das Fibonacci-System um. (Das geht nur mit dem Ausschöpfungsalgorithmus)
- Welche Zahl im Zehnersystem ist 1011011_F ?
- Erläutern Sie, dass man in diesem System nur die Ziffern 0 und 1 benötigt. Zeigen Sie das an der Zahl 2000_F . Welche Zahl im Zehnersystem ist das? Wandeln Sie diese Zahl durch den Ausschöpfungsalgorithmus um in das Fibonacci-System. Erläutern Sie an dem Beispiel oder allgemein.
- Um Zahlen im Fibonacci-System eindeutig zu schreiben, braucht man noch eine „Schieberegeln“: Stehen zwei Einsen direkt nebeneinander, so Probieren Sie es konkret an 11000_F aus. Welche Zahl im Zehnersystem ist das? Wandeln Sie diese Zahl nun durch den Ausschöpfungsalgorithmus zurück in das Fibonacci-System. Was passiert also mit zwei nebeneinander liegenden Einsen? Formulieren Sie die angefangene „Schieberegeln“ zu Ende. Begründen Sie sie mit der Gesetzmäßigkeit für die Fibonacci-Zahlen.
- Verändern Sie mit der „Schieberegeln“ die Zahl in b. in eine regelgerechte Zahl im Fibonacci-System. Machen Sie anschließend die Probe durch Umwandlung ins Zehnersystem.

Hausübungen (Abgabe: Do, 16.1.)

- Wandeln Sie mit dem angegebenen Algorithmus die Zahlen um:
 - 2014_{10} in das Fünfersystem mit dem Ausschöpfungsalgorithmus.
 - 2014_{10} in das Neunersystem mit dem Divisionsalgorithmus.
 - 2014_8 in das Zehnersystem durch direktes Rechnen mit den Stellenwerten.
 - 2014_{12} in das Zehnersystem durch fortgesetzte Multiplikation.
 - 2014_9 in das Dreiersystem mit beliebigen Algorithmen.
 - 100011011_2 in das Vierersystem mit beliebigen Algorithmen.

(nächste Seite)

3. Teilbarkeitsregel
 - a. Wandeln Sie alle Zahlen des Einmaleins der Neun um in das Sechzersystem.
 - b. Schreibt man Zahlen im Zehnersystem, so gilt die Teilbarkeitsregel „Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.“ Erläutern Sie am Beispiel $54_{10} = xxx_6$, dass die Quersummenregel nicht mehr gilt, wenn man Zahlen im Sechzersystem schreibt.
 - c. Formulieren Sie eine Teilbarkeitsregel für die 9 für Zahlen, die im Sechzersystem geschrieben sind.

4. Wiederholung Goldener Schnitt

Sie kennen für den goldenen Schnitt die definierende Gleichung $\varphi^2 = 1 + \varphi$. Für den goldenen Schnitt kann man den Zusammenhang $\varphi^5 = 5\varphi - 3$ herleiten.

 - a. Rechnen Sie $\varphi^5 = 5\varphi - 3$ näherungsweise mit dem Taschenrechner nach ($\varphi \approx 0,618$).
 - b. Leiten Sie über die definierende Gleichung den Zusammenhang $\varphi^5 = 5\varphi - 3$ her.
(Hinweis: $\varphi^5 = \varphi^2 \cdot \varphi^2 \cdot \varphi$ Ersetzen Sie hier und dann immer wieder φ^2 durch die definierende Gleichung.)
 - c. Setzen Sie in $5\varphi - 3$ die Zahl $\varphi = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ein und vereinfachen Sie den Ausdruck.
(keine Näherungszahlen, $\sqrt{5}$ beibehalten) Berechnen Sie dann für den vereinfachten Ausdruck mit dem Taschenrechner die Näherungszahl und vergleichen Sie sie mit den Ergebnissen aus a.

Aufgabe zum räumlichen Vorstellungsvermögen

5. Der abgebildete Körper wird von regelmäßigen Vielecken begrenzt.
 - a. Warum ist es kein Archimedischer Körper?
Die „Dose“ hat als (sichtbare) obere und (unsichtbare) untere Fläche ein Fünfeck. Die Seitenwände sind nach hinten so regelmäßig fortgesetzt, wie man es an der Vorderseite sieht. Verwenden Sie zur Ermittlung der Anzahlen nicht den Eulerschen Polyedersatz. Erläutern Sie Ihre Zählweise.
 - b. Wie viele Drei-, Vier- und Fünfecke bilden diesen Körper?
 - c. Wie viele Ecken hat er?
 - d. Wie viele Kanten hat er?
 - e. Prüfen Sie abschließend, ob Ihre Zählungen den Eulerschen Polyedersatz erfüllen.

